
BIBLIOTH. COLL. REG. MED. EDIN.







PHYSIKALISCHE UEBUNGEN

FÜR

MEDICINER

VON

DR. EUGEN BLASIUS,

A. O. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT BERLIN.

MIT 65 ABBILDUNGEN.

LEIPZIG
VERLAG VON S. HIRZEL
1895.

Vorrede.

Dieses Buch soll dem Zwecke dienen, den Medicinern die Methoden der practischen Physik zugänglich zu machen. Es ist entstanden im Anschluss an den practisch-physikalischen Cursus für Mediciner, welcher seit einigen Jahren in Berlin abgehalten wird. Die Uebungen, welche früher allein im physikalischen Institut stattfanden, wurden vorzugsweise von Physikern, Chemikern, Mathematikern und Astronomen, aber sehr selten von Medicinern besucht.

Als Grund für die schwache Betheiligung der letzteren konnte neben ihrer Ueberbürdung mit anderen Gegenständen wohl auch gelten, dass ihnen die erforderliche Zeit von 2 Nachmittagen wöchentlich zu viel erschien, ferner auch, dass der Plan und Zuschnitt der Uebungen wesentlich mit Rücksicht auf die Studirenden der philosophischen Facultät gewählt war. Es wurde daher ein besonderer Cursus für Mediciner eingerichtet, der blos einmal wöchentlich stattfindet und in welchem die Aufgaben nach ihrem Nutzen für den Arzt ausgesucht sind. In Folge dessen trat in der That eine erhebliche Zunahme der Frequenz ein.

Verglichen mit der grossen Zahl der Mediciner auf der Berliner Universität ist allerdings die Liste der Theilnehmer an dem Cursus immer noch recht kurz. Die Ueberzeugung von dem Nutzen, den eine practisch-physikalische Ausbildung der Aerzte besitzt, muss sich erst Bahn brechen, und das wird sicher, wenn auch langsam, geschehen.

In stetem Fortschritt begriffen kann die Medicin dauernd kein Mittel verschmähen, das geeignet ist, ihre Zwecke zu fördern. Sie kann es nicht aus idealen Gründen, aber auch aus materiellen Gründen kann sie es nicht. Denn unter sonst gleichen Umständen

muss von verschiedenen Aerzten derjenige den anderen unzweifelhaft überlegen sein, welcher mit der Handhabung des physikalischen Apparates vertraut ist. Er wird nicht blos sicherer und schneller arbeiten, sondern auch häufig seinen Zweck mit wesentlich geringeren Mitteln erreichen.

Das Gebiet, auf dem sich seine Ueberlegenheit in beiden Hinsichten wohl am meisten geltend machen dürfte, ist dasjenige, bei dem die elektrischen Erscheinungen angewandt werden, also Elektrotherapie und Elektrodiagnostik. Doch wird der Vorzug der practisch-physikalischen Vorbildung auch in manchen Theilen der Augenheilkunde kaum minder bemerkbar sein.

Ueber den Plan des Leitfadens sei das Folgende bemerkt. Um Apparate und ihren Gebrauch genau kennen zu lernen, kann man zwei Wege einschlagen. Entweder man sucht mit den Apparaten, soweit sie zu Messungen dienlich sind, möglichst gute, genaue Beobachtungsresultate zu erzielen, oder man experimentirt mit jedem einzelnen Stück möglichst viel herum und macht sich dadurch mit seinen Eigenschaften vertraut, ohne dabei eigentliche Messungen anzustellen. Das heisst, im einen Fall legt man das Hauptgewicht auf die Messung, im anderen auf die Untersuchung der Instrumente. Practisch lassen sich diese Wege allerdings nicht streng trennen, denn schlägt man den ersteren ein, so wird man selten zum Ziele kommen, ohne dass man sich auch des zweiten bedient und umgekehrt.

Zur Entscheidung der Frage, auf welchem Wege man Apparate und ihren Gebrauch am besten kennen lernt, liegen durch die physikalischen Uebungen schon viele Erfahrungen vor. Man pflegt danach grosses Gewicht auf die Durchführung der mit den Apparaten möglichen Messungen zu legen. Einestheils entspricht dies der Bedeutung, welche Zahl und Maass in der physikalischen Forschung überhaupt einnehmen, andererseits gewinnt dadurch die Lehrmethode ungemein an Bestimmtheit und festem Gefüge.

Man könnte nun darüber im Zweifel sein, ob für den Medicinercursus nicht andere Grundsätze maassgebend sein sollten. Messungen spielen in der Medicin ohne Zweifel nicht eine solche Rolle wie in der Physik. Doch glaube ich, dass sich auch dort mit der Zeit immer mehr exacte Methoden Eingang und Geltung verschaffen werden, und dass es daher wünschenswerth ist, dieser Richtung auch bei der Ausbildung der Mediciner Rechnung zu tragen.

Ausserdem gilt für den Medicinercurs dasselbe, was eben von den anderen physikalischen Uebungen gesagt wurde: wenn die Messungen in den Vordergrund gestellt werden, so ergeben sich für die Lehrmethode grosse Vortheile, während sonst die Gefahr nahe liegt, dass die Beschäftigung mit den Apparaten in planloses Herumprobiren und Spielerei ausartet.

Anfänger pflegen fast regelmässig den Werth der Messungen zu unterschätzen und in der That stellt sich der Gewinn, den man durch sie erreicht, häufig erst nach der Studienzeit vollständig heraus. So wird, um nur ein Beispiel zu nennen, der Mediciner schwerlich schon als Student die kostspieligen elektrischen Apparate kaufen. Bei einem solchen Kauf aber kommt meistens sehr viel auf die besonderen Umstände und Bedürfnisse des Arztes an, darauf z. B., ob der Anschluss der Apparate an elektrische Anlagen möglich ist, ob neben den gewöhnlichen Verwendungen auch Galvanokaustik und elektrische Beleuchtung angewandt werden soll u. s. w. Wie kann ein Arzt nun eine zweckmässige Auswahl treffen, wenn er nicht über die Grösse und Art der nothwendigen Stromstärken, Spannungen und Widerstände selbst ein Urtheil hat? Er wird in diesem Falle einzig auf den Rath des Händlers angewiesen sein und, selbst wenn letzterer ihm nach bestem Wissen und Gewissen beisteht, vor schweren und kostspieligen Missgriffen nicht geschützt sein.

Es würde zu weitläufig gewesen sein, überall die angewandten physikalischen Begriffe ebenso zu entwickeln wie es in den Lehrbüchern geschieht. Doch sind an verschiedenen Stellen des Leitfadens auch derartige Auseinandersetzungen aufgenommen worden, um dem Leser dies oder jenes wieder in die Erinnerung zurückzurufen und ihm dadurch das Verständniss zu erleichtern.

Die Auswahl der im Buche behandelten Aufgaben ist, wie gesagt, wesentlich danach getroffen, ob der betreffende Gegenstand für den Arzt von Bedeutung sein kann. Natürlich darf man sich mit Rücksicht auf den systematischen Gang nicht immer von dieser Erwägung allein leiten lassen. Eine Menge einfacher Aufgaben ist nothwendig, um andere complicirtere vorzubereiten.

In Bezug auf das, was ich anderen Autoren entlehnt habe, ist folgendes zu bemerken.

Der Leitfaden von Kohlrausch, das Buch, nach dem die ganze jüngere Generation von Physikern erzogen worden ist, hat sicher einen, alles andere überwiegenden Einfluss auf die vor-

liegende Arbeit gehabt. Obwohl ich bestrebt war, die Darstellung möglichst selbständig zu gestalten, wird sich in sachlicher Beziehung gewiss überall seine Einwirkung erkennen lassen.

Herrn Präsident Kohlrausch bin ich ferner sehr verpflichtet für die gütige Erlaubniss seinem Werke die Tabellen p. 44, 75 und 92 entnehmen zu dürfen.

Es ist mir nicht minder eine angenehme Pflicht, auch an dieser Stelle denen meinen Dank abzustatten, welche mir behülflich gewesen sind, insbesondere Herrn Dr. Behn, der mich freundlichst durch Anfertigung der meisten Abbildungen unterstützte und dem Herrn Verleger, der meinen Wünschen stets in der liebenswürdigsten Weise entgegenkam.

Inhalt.

(Die Zahlen beziehen sich auf die Seiten.)



Allgemeines über Messung und Berechnung.

Bei den meisten Messungen physikalischer Grössen findet man den gesuchten Werth nicht direct, sondern durch vorherige Ermittelung von Hülfsgrössen und Berechnung aus diesen. So ist z. B. in der Regel zur Bestimmung des specifischen Gewichtes entweder eine Reihe von Wägungen oder neben einer Wägung noch eine Volumbestimmung nöthig. So muss man, um die Längsausdehnung eines Stabes zu finden, seine Länge, seine Verlängerung bei Aenderung der Temperatur, und zugleich den Temperaturunterschied beobachten.

Fast jeder Anfänger im Messen verfällt in dieselben principiellen Fehler sowohl bei den Anforderungen, welche er an die Genauigkeit der Beobachtung stellt, wie in Bezug auf die Sorgfalt, welche er auf die Rechnung verwendet. Es können daher diese beiden Punkte kaum eindringlich genug betont werden. Das Merkwürdige dabei ist, dass man hier wie da vor einer Uebertreibung der (eingebildeten) Genauigkeit warnen muss.

Wir wollen einfache Beispiele wählen, um die Art der Fehler möglichst klar hervortreten zu lassen. Eines der allereinfachsten ist der Fall der Dichtigkeitsbestimmung eines Körpers aus dem Gewicht und dem Volumen. Nehmen wir an, das Volumen werde dadurch ermittelt, dass man in einen calibrirten, mit einer Theilung versehenen Cylinder Flüssigkeit hineinbringt, abliest wie hoch die Flüssigkeit steht, den Körper in sie eintaucht und den neuen Stand abliest. Besitzt der Körper ein Volumen von circa 10 cbcm, so wird man in den meisten Fällen nicht sicher sein können, ob man bei der Bestimmung nicht einen Fehler von nahezu $\frac{1}{10}$ cbcm, d. h. von einem Procent des Werthes gemacht hat. In Folge dessen kann das gesuchte specifische Gewicht auch um 1% seines Werthes fehlerhaft sein. Das sollte man wohl beachten, wenn man an den zweiten Theil der Aufgabe, die Ermittelung des Gewichtes des

Körpers geht. Anfänger sind meist geneigt zu glauben, dass es wesentlich sei, wenn sie bei der Wägung eine möglichst grosse Genauigkeit erzielen. Nun gelingt es mit einer guten Wage selbst dem Anfänger auf Bruchtheile eines mg genau zu wägen. Nehmen wir an, der Fehler betrage höchstens $\frac{1}{4}$ mg, so heisst das bei einem Körper von 10 cbcm Volumen und einem specifischen Gewicht etwa gleich 8, dass der Fehler des Gewichtes bei der Wägung höchstens $\frac{1}{320000}$ ausmache. Es hat aber nicht den geringsten Werth, sich um den $\frac{1}{320000}$ Theil einer Grösse zu bekümmern, welche in Folge der Ungenauigkeit einer Messung doch bis zu 1% unsicher ist. Ein geübter Beobachter wird daher die Genauigkeit bei der Wägung nicht so übertreiben und hier gewiss nicht weiter wie bis auf die Decigramme genau wägen. Damit wäre der Fehler, welcher durch das Gewicht in das Resultat einginge, erheblich geringer als der unvermeidliche Fehler bei der Volumbestimmung, und das ist für die Genauigkeit dieser Methode ausreichend.

Im Allgemeinen muss daher vor jeder Bestimmung genau überlegt werden, wie die Fehler in den einzelnen gemessenen Grössen das Resultat beeinflussen, welche von den Theilmessungen mit den angewandten Apparaten dem Resultat die grösste Unsicherheit verleihen und wie gross daher die Anforderungen an die Genauigkeit der übrigen Theilmessungen sein müssen.

Auch die Correctionen, welche nach den Messungen an den gewonnenen Grössen anzubringen sind, müssen stets nach ähnlichen Grundsätzen beurtheilt werden. Es kann vorkommen, dass eine Correction, die bei einer Bestimmungsmethode von grosser Genauigkeit unbedingt berücksichtigt werden muss, ganz sinnlos wird, wenn man sie bei einer Bestimmungsmethode von geringer Genauigkeit anwendet.

So wäre es in dem obigen Beispiel vollständig überflüssig, wenn wir das Gewicht auf den luftleeren Raum corrigirten, d. h. den Gewichtsverlust berücksichtigten, den der Körper dadurch erfährt, dass er in der Luft gewogen wird. Denn da die Luft specifisch 773 mal leichter als Wasser, die verdrängte Luft also in unserem Beispiel 8×773 mal leichter als der Körper ist, so würde diese Correctur erheblich kleiner ausfallen als der Fehler, den man bei der Volumbestimmung begehen kann; ganz abgesehen davon, dass eine ähnliche Correction noch im entgegengesetzten Sinne bei den Gewichten angebracht werden müsste (welche auch Luft verdrängen), wodurch die Gesammtcorrection noch kleiner wird, als wir sie eben geschätzt haben.

Dagegen wäre dieselbe Correction durchaus erforderlich, wenn man entweder die Methode durch eine Verbesserung der Volumbestimmung hinreichend verfeinert oder andere Methoden anwendet, bei denen der Fehler der Messung bis auf die Grössenordnung der Correction vermindert ist.

Ebenso wie die verfehlten Bestrebungen nach Genauigkeit, durch übertriebene Präcision bei einzelnen Theilmessungen und Berücksichtigung von Correctionen, in Fällen wo die Messungsfehler überwiegen, gehört auch eine übertriebene Ausführlichkeit bei den Rechnungen zu den gewöhnlichsten Fehlern der Anfänger.

Wenn jemand mit blosem Auge eine Länge, die er im Zusammenhange mit anderen Messungen braucht, an einem in Millimeter getheilten Maassstabe etwa zu $5\frac{1}{3}$ mm schätzt, und verwandelt den Bruch in einen Decimalbruch, so wird er anfangs stets geneigt sein, den Werth auf eine ganze Reihe von Stellen auszurechnen und etwa als 5,3333 bei weiteren Rechnungen zu benutzen. Namentlich liegt die Versuchung hierzu nahe, wenn andere Grössen, welche bei derselben Aufgabe vorkommen, thatsächlich mit grosser Genauigkeit bestimmt werden können. Nur allzuleicht wird dann vergessen, dass mit blosem Auge eine Schätzung von $\frac{33}{100}$ eines Millimeters sehr gewagt, eine solche von $\frac{333}{1000}$ oder gar $\frac{3333}{10000}$ ein Ding der Unmöglichkeit ist und gerechnet, als ob wirklich alle die Ziffern sich verbürgen liessen. Dies hat eine Reihe von Nachtheilen zur Folge. Vor allen Dingen werden alle Rechnungen wegen der vielen Stellen langwieriger, und dann verliert man jedes Urtheil über die Zuverlässigkeit des Resultates. Statt dass also, wie es sein sollte, der Plan der Rechnung, den man vor den Messungen überschlagen muss, den Grad der Genauigkeit des Resultates und zugleich diejenigen Theile der Messungen erkennen liesse, auf welche es besonders dabei ankommt und welche vielleicht verfeinert werden müssten, statt dessen erhält man mit Aufwand vieler überflüssiger Rechnerei eine Zahl, über deren Zuverlässigkeit man kein Urtheil hat.

Hiergegen hilft nichts anderes, als dass man sich bei jedem Schritt der Rechnung überlegt, welche Ziffern durch die Präcision der Beobachtungen verbürgt sind, und höchstens eine Decimale über diese hinaus berücksichtigt. Manchmal sind die abgekürzten Rechnungsverfahren sehr am Platze, d. h. solche Methoden, bei denen man alle Operationen vermeidet, welche nur die Ziffern rechts von einer bestimmten Stelle beeinflussen. Wenn man nämlich beispielsweise eine rechteckige Fläche bestimmen soll, und hat die Länge

deren beider Seiten bezw. gleich 1129,4 und 17,3 mm gefunden, so würde das Schema der gewöhnlichen Multiplication ja folgendermaassen aussehen:

338 82
7905 8
11294
19538,62

Wir wollen uns nun überlegen, welche Stellen dieser so gefundenen Zahl wirklich zuverlässig sind, unter der Voraussetzung, dass man die beiden Factoren so wie sie angegeben sind als richtig gemessen ansehen kann. Ersetzt man die 3 in 17,3 durch eine andere Ziffer, so erkennt man an dem Schema, dass schon die dritte Ziffer von vorne in dem Resultat beeinflusst wird. Die vierte Ziffer von vorne würde von der auf 3 nach rechts folgenden Ziffer abhängig sein, wenn diese bekannt wäre. Mit anderen Worten, wenn durch die eine Messung keine weiteren Stellen als 17,3 festgestellt sind, so ist das Resultat auch nur auf die drei ersten Ziffern 195 zuverlässig. Wir hätten dies auch einfacher folgendermaassen schliessen können. Die Zahl 17,3 ist bis auf $\frac{1}{173}$ ihres Werthes genau, wenn ihre Ziffern richtig sind. Also wird auch jede Zahl, welche durch Multiplication von 17,3 mit einer anderen entsteht, mindestens bis zu $\frac{1}{173}$ ihres Betrages unsicher sein, folglich lassen sich von dem Resultat 19538,62 höchstens die drei ersten Stellen 195 verbürgen.

Daraus sieht man, dass man sich wohl hüten muss, bei derartigen Rechnungsoperationen das Zahlenresultat in seinem ganzen Umfang für richtig zu halten, selbst wenn weder eine der angewandten Zahlen an sich falsch war, noch ein Fehler bei der Ausrechnung begangen wurde.

Alle die Ziffern, welche in dem Schema

33	882
790	58
1129	4
1953	8,62

rechts von dem verticalen Strich stehen, haben gar keinen Einfluss auf die Stellen des Resultates, die in Betracht kommen. Die abgekürzten Rechenverfahren bestehen blos aus den Regeln um die links vom besagten Strich stehenden Zahlen, soweit sie auf die drei ersten Stellen des Resultates von Einfluss sind, zu erhalten und zu verwenden, ohne dass man die unnöthige Mühe hat, die auf der rechten Seite des Striches stehenden Ziffern auszurechnen. Auf die Regeln für

diese Art des Rechnens, die man sich übrigens leicht selbst ableiten kann, wollen wir hier nicht weiter eingehen. Das für uns Wichtige ist die Beurtheilung der Zuverlässigkeit des Resultates, welche nach den gleichen Gesichtspunkten zu erfolgen hat, ob die Rechnung ausführlich oder ob sie abgekürzt angestellt wird.

Es ist nothwendig, dass man sich vollständig von dem Gedanken frei macht, dass Werthe durch Ausrechnung von vielen Ziffern zuverlässiger werden, und dass es beispielsweise irgendwelchen Vortheil bietet, mit 7stelligen statt mit 4stelligen Logarithmen zu arbeiten, wenn die Messungsresultate etwa auf 3 Stellen genau sind. Auf dem Papier machen sich die so gewonnenen Zahlen ja recht gut, aber sie können blos dazu dienen, falsche Vorstellungen wachzurufen, und beweisen jedem Sachverständigen einen bedauerlichen Mangel an Ueberlegung bei demjenigen, der sie veröffentlicht. Man sollte stets dessen eingedenk bleiben, dass die Angabe einer Zahl nur dann einen Sinn hat, wenn die Zahl wirklich verbürgt werden kann.

Vielleicht harmloser erscheint ein anderer Fehler, der gleichfalls in einer Uebertreibung der Ausführlichkeit bei Zahlenangaben besteht, und dessen Wesen wir auch durch ein Beispiel erläutern wollen.

Für den elektrischen Widerstand des Augapfels wird der Werth 2651,2 S. E. angegeben, für den Widerstand eines ebenso grossen Stückes Gehirn der Werth 1693,3 S. E. Wir können nun annehmen, die Messung selbst wäre vollständig einwandsfrei, und doch die genauen Zahlenangaben für unberechtigt halten. Denn es lässt sich weder annehmen, dass man auch bei einem anderen Augapfel eine Zahl finden würde, deren Ziffern mit 2651,2 identisch wären, noch ist es möglich an die Herstellung eines Stückes Gehirn zu glauben, dessen Grösse genau genug mit dem des Augapfels übereinstimmte, um nach der Messung des Widerstandes eine so ausführliche Zahlenangabe wie 1693,3 zu rechtfertigen. Es wird gewiss kein Physiker die obigen Angaben für werthvoller halten als etwa: 2600 — 2700 S. E. für den Augapfel, und ungefähr 1700 S. E. für das ebenso grosse Stück Gehirn.

Eines der wichtigsten Mittel zur Erhöhung der Genauigkeit von Beobachtungsresultaten besteht darin, die Messungen oftmals zu wiederholen und das Mittel aus den erhaltenen Werthen zu nehmen. Anfänger lassen sich auch von der Zweckmässigkeit dieses Verfahrens meist schwer überzeugen. Namentlich halten sie

gewöhnlich die mehrfache Vornahme einer Messung für ganz überflüssig, wenn sie ein paarmal denselben Werth gefunden haben.

Nehmen wir, um uns den Einfluss der öfteren Wiederholungen von Messungen klar zu machen, an, dass wir es mit einer einfachen Längenmessung eines Stabes zu thun haben. Man habe bei zehn Beobachtungen 4 mal die Zahl 24,3, 6 mal 24,4 gefunden. Dann ist es doch wahrscheinlich, dass der wahre Werth zwischen 24,3 und 24,4 liegt und zwar näher an 24,4. Wenn wir nun die gefundenen Werthe alle notirt haben und daraus das Mittel nehmen (indem wir die Zahlen — in unserem Beispiel 4 mal 24,3 und 6 mal 24,4 — addiren und die Summe durch 10 dividiren), dann erhalten wir thatsächlich einen Werth, welcher zwischen 24,3 und 24,4 aber näher an 24,4 liegt. So drückt sich in dem Resultat der Einfluss der einzelnen Messungen nach Maassgabe ihrer Uebereinstimmung unter einander aus.

Das geschilderte Verfahren hat stets seine Berechtigung, mag der Grund für die Abweichungen der einzelnen Messungen nun darin liegen, dass der Stab an verschiedenen Stellen nicht genau gleich lang ist oder darin, dass die Schätzung der Zehntel Millimeter bald so, bald so ausfällt.

Wie man sieht, kommt bei dieser Methode jede Einzelmessung zur Geltung. Weicht eine einzige Messung von den übrigen sehr ab, so wird ihr Einfluss auf das Resultat um so grösser, je weniger Beobachtungen vorhanden sind. Man ist anfangs leicht geneigt, einen stark abweichenden Werth durch ein Versehen zu erklären und ihn einfach wegzulassen. Das sollte nie geschehen, wenn man nicht den Grund des Versehens, etwa ein Verrutschen des Maassstabes oder dergleichen, sicher erkannt hat. Im anderen Falle hilft nichts anderes, als dass man die Anzahl der Beobachtungen so vermehrt, dass der Einfluss der Abweichung in berechtigter Weise möglichst herabgedrückt wird.

Je mehr einzelne Beobachtungen angestellt werden, um so genauer ist in der Regel das gewonnene Resultat. Beim Ausrechnen des Mittels hat man durch die Anzahl der Beobachtungen zu dividiren. Da man eine Zahl schneller durch 10 dividiren kann als durch 8 oder 9, so lohnt es sich meistens, wenn man 8 oder 9 Beobachtungen gemacht hat, noch die Beobachtungen bis zur 10ten durchzuführen, weil man in der gleichen Zeit ein genaueres Resultat erhält.

Uebrigens ist es vortheilhaft beim Nehmen des Mittels einige Grundsätze anzuwenden, die auch bei anderen Rechnungen häufig

von Wichtigkeit sind. Man habe die folgende Reihe von Zahlen gefunden:

11,8
11,7
11,6
11,8
11,6.

Es ist dann offenbar nicht nöthig, Alles zu addiren, da die Zahlen vor dem Komma sämmtlich übereinstimmen, ihr Mittel also auch gleich 11 ist. Man braucht hier also blos das Mittel aus den Zahlen hinter dem Komma zu nehmen. Das ist 7, und das Resultat wird demnach 11,7.

Selbst die Addition der Reihe hinter dem Komma kann man vermeiden, indem man blos den Ueberschuss der Zahlen über die niedrigste von ihnen (6) nimmt, daraus das Mittel zieht und zu 6 addirt. Das Mittel aus den Ueberschüssen (2, 1, 0, 2, 0) ist 1. Man hat also wieder als Resultat 11,7.

Endlich kann man aus der blosen Betrachtung solcher Reihen, wie der obigen, oft schon das Mittel angeben. Von den Zahlen hinter dem Komma ist eine 7, zwei andere (8) um ebensoviel mehr als 7, wie die übrigen beiden (6) weniger. Das Mittel aus der Reihe muss 11,7 sein.

Auch dann, wenn nicht alle, sondern nur die Mehrzahl der beobachteten Werthe in ihren ersten Ziffern übereinstimmen, kann man oft abkürzende Verfahren zur Bestimmung des Mittels einschlagen. Man habe z. B. die Reihe:

24,3
24,2
24,3
24,3
24,4
24,1
24,2
24,4
23,9
24,2.

Die eine hier vorkommende Zahl 23,9 ergänzt sich mit der gleichfalls vorhandenen 24,1 zu 2 mal 24,0. Nimmt man diese Aenderung in Gedanken vor, so ist der Fall auf den vorigen zurückgeführt.

Man wird sich nach diesen Andeutungen wohl in ähnlichen Fällen zu helfen wissen.

Namentlich wenn es sich um die Controle von Rechnungen handelt, ist es vortheilhaft, nicht wiederholt dasselbe Verfahren anzuwenden, und sehr nützlich sind dann Modificationen, wie die eben erwähnten.

Eine Art von kurzer Nachprüfung sollte sofort nach jeder Rechnung angestellt werden bezüglich grober Versehen. Man betrachte sich das Resultat auf seine allgemeine Wahrscheinlichkeit hin. Hat man z. B. als Mittel aus der zuletzt erwähnten Reihe von Zahlen 25,3 berechnet, so muss man sofort auf einen Irrthum schliessen, da das Mittel unbedingt nicht grösser sein kann, als die höchste vorkommende Zahl.

Auch bei Multiplicationen, Divisionen und anderen Rechnungen muss man stets überschlagen, welches Resultat ungefähr zu erwarten ist. Man kann dadurch wenigstens die ganz groben Fehler beseitigen und sich oft viel Mühe sparen.

Natürlich kann durch blose Wiederholung der Messung eine Art von Fehlern nicht beseitigt werden, welche man als constante Fehler zu bezeichnen pflegt. In unserem Beispiel würde z. B. ein constanter Fehler dadurch entstehen, dass man mit einem fehlerhaften Maassstabe und immer an derselben Stelle des Maassstabes misst. Solche Fehler kann man nur durch sorgfältige Kritik des eingeschlagenen Verfahrens und aller Fehlerquellen vermeiden.

Ausserordentlich häufig kommt es bei Messungen vor, dass man Bruchtheile, namentlich von Längen, schätzen muss. Soll z. B. mit einem in Millimeter getheilten Maassstab die Länge eines Stabes bestimmt werden, so wird diese im Allgemeinen nicht gerade einer ganzen Anzahl von Millimetern entsprechen. Um einigermaassen genau zu verfahren, muss man beurtheilen können, um wie viele Bruchtheile eines Millimeters das eine Ende des Stabes über einen Millimeterstrich hinausragt, wenn das andere Ende genau mit dem Nullpunkt des Maassstabes übereinstimmt. Es liegt im Interesse sowohl der Genauigkeit wie der Bequemlichkeit der Rechnung, dass man diese Schätzung des Bruchtheils nicht in Dritteln, Vierteln oder Fünfteln, sondern in Zehnteln des Millimeters vornimmt. Richtige Schätzungen auf Zehntel erfordern allerdings einige Uebung. Man kann sich die Aufgabe dadurch erleichtern, dass man die grösseren Bruchtheile, welche man zunächst leichter beurtheilen kann, durch ihre Werthe in Zehnteln ausgedrückt, vorstellt. Es ist ja $\frac{1}{4} = 0{,}25$, $\frac{1}{3} = 0{,}33$, $\frac{1}{2} = 0{,}5$ u. s. w. Ein Abschnitt also, der zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ Millimeter geschätzt wird, muss ungefähr

0,4 Millimeter betragen, sein Endpunkt theilt ausserdem das Millimeter im Verhältniss von 2 zu 3 oder auch, der Rest des Millimeters ist um die Hälfte grösser als der Abschnitt.

Nonius. Obwohl es nach einiger Uebung durchaus nicht schwer ist, die Zehntel richtig zu schätzen, so verwendet man doch häufig zur Bestimmung der Bruchtheile eine Vorrichtung, welche Nonius oder Vernier heisst. Als das einfachste Mittel zu diesem Zweck möchte man von vornherein die Weiterführung der Theilung bis auf Zehntelmillimeter halten. Das wäre aber wegen der Nähe der Theilstriche aneinander und ihrer grossen Zahl ein sehr umständliches und kostspieliges Verfahren.

Der Nonius lässt sich bei allen Instrumenten anbringen, bei welchen eine Marke auf einem beweglichen Theil vor einer festen Theilung auf- und abgleitet oder umgekehrt eine bewegliche Theilung an einer festen Marke vorbeigeschoben wird. Die meisten Barometer beispielsweise besitzen einen beweglichen Schieber mit einer horizontalen Kante, die der Beobachter auf die Höhe der Quecksilberoberfläche bringen muss. Der Schieber gleitet auf einem verticalen Maassstab und er trägt einen Strich, dessen Stellung auf dem Maassstab den Barometerstand ergiebt. Der Nonius hat nun folgende Einrichtung. Auf dem Schieber schliesst sich an die Marke eine kleine Theilung von zehn Strichen. Die zehn Zwischenräume betragen zusammen aber blos 9 Millimeter, so dass jeder Zwischenraum nur $^9/_{10}$ Millimeter breit ist. Wenn nun die Marke genau gegenüber einem Strich des eigentlichen Maassstabes steht, so weichen je die beiden nächsten Striche von Maassstab und Nonius um $\frac{1}{10}$ mm voneinander ab, der zweite Strich des Maassstabes vom zweitfolgenden des Nonius um $\frac{2}{10}$ u. s. w.

Fig. 1.

Wenn die Marke (0) sich nicht genau gegenüber einem Theilstrich des eigentlichen Maassstabes befindet, so lässt sich sofort angeben, um wieviel Zehntel Millimeter er über dem nächst niedrigeren (es sei dies der 762te) steht, indem man einfach feststellt, der wievielte Theilstrich des Nonius mit einem Theilstrich des Maassstabes genau stimmt. Ist dies nämlich, wie in Figur 1

der Theilstrich 3 des Nonius, so steht die Marke 0 um $\frac{3}{10}$ Theilstriche höher als der nächst niedrigere Strich der Millimetertheilung u. s. w. Die Ablesung auf unserer Figur würde also lauten 762,3.

Man kann mit dem Nonius noch eine grössere Genauigkeit erreichen, wenn man auf die geringsten Abweichungen der Striche von Nonius und Maassstab achtet. Wenn z. B. der Fall vorliegt, dass der 4te und der 5te Theilstrich des Nonius gleich weit von 2 Millimetertheilen abweichen, so würde die Marke weder um 4 noch um 5, sondern um 4,5 Zehntel über dem nächstniedrigeren Millimeterstrich (762) des Maassstabes stehen.

Stimmen der 4te und 5te Noniusstrich am besten mit Strichen des Maassstabes überein, verhalten sich aber die Abstände des 4ten und des 5ten Noniusstriches von den ihnen benachbarten Strichen des Maassstabes wie 2 zu 3, so wird die Anzahl der Zehntel, um die sich die Marke über dem nächstniedrigeren Strich des Maassstabes (762) befindet, weder gleich 4 noch gleich 5 sein, sondern gleich einer zwischen beiden liegenden Zahl, deren Abstand von 4 sich zu ihrem Abstand von 5 verhält wie 2 zu 3, d. h. also gleich 4,4 Zehntel. Die Ablesung wäre demnach 762,44 mm.

Namentlich demjenigen, welcher noch nicht mit dem Gebrauche des Nonius vertraut ist, muss angerathen werden, stets nebenher noch eine Schätzung der Zehntel ohne Verwendung des Nonius vorzunehmen. Dadurch vermeidet man gröbere Versehen. Umgekehrt ist natürlich ein Nonius auch sehr bequem, um beim Einüben des Zehntelschätzens als Controle zu dienen.

Als Vortheil des Nonius ist hervorzuheben, dass durch ihn mit einer einzigen Theilung von 10 Strichen dasselbe geleistet wird, wie von einer directen Theilung des Maassstabes durch Hunderte von Strichen, weil der Nonius sich mit der Marke bewegt und daher an jeder Stelle des Maassstabes, wo gerade die Marke steht, das Ablesen bis auf die Zehntel des Theilungsintervalles ermöglicht. Ferner liegen die Striche des Nonius weit auseinander, so dass die Ablesung gar nicht anstrengend ist, während Theilungen mit vielen nahen Strichen durchaus nicht angenehm im Gebrauche sind.

Das Princip des Nonius ist keineswegs blos auf den Fall anwendbar, dass Zehntel einer Theilung bestimmt werden sollen. Wenn die Hilfstheilung z. B. 20 Intervalle hat, welche zusammen gleich 19 Theilen des Maassstabes sind, so gestattet diese Einrichtung Zwanzigstel der Maasstabtheile zu bestimmen. Sehr häufig

befinden sich an den Instrumenten, welche Winkel messen, nämlich Theodoliten, Goniometern u. s. w. Nonien, welche so eingerichtet sind, dass die Sechzigstel oder Dreissigstel von den kleinsten Theilen der Scala bestimmt werden können. Winkel werden ja gewöhnlich in Graden, Minuten und Secunden angegeben, daher würde eine Ablesung nach dem Decimalsystem wenig vortheilhaft sein.

Eine andere Modification von Nonien besitzt Intervalle, die nicht wie die oben geschilderten um $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{60}$ u. s. w. kleiner, sondern um diese Beträge grösser als die Intervalle der Haupttheilung sind, indem 11 oder 61 Intervalle der Haupttheilung gleich 10 bezw. 60 Theilen des Nonius sind. Doch darf hier die Richtung, in welcher die grösseren Zahlen auf die kleineren folgen, nicht mehr auf dem Nonius die gleiche sein, wie auf der Theilung, sondern die umgekehrte. Man würde nämlich sonst auf dem Nonius nicht die Anzahl x von Bruchtheilen ablesen, welche zu der Zahl n der auf der Hauptscala gefundenen ganzen Theile hinzugefügt werden muss, sondern die Anzahl von Bruchtheilen, welche von $n + 1$ ganzen Theilen abzuziehen wäre.

Die Ablesung bei der in unserer Figur (Fig. 2) dargestellten Lage muss 762,7 heissen.

77
76
75
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Fig. 2.

Bei den Nonien, welche Zehntel angeben, ist die Bezeichnung der Striche 1, 2, 3 .... ihrer Bedeutung nach ohne Weiteres klar. Anders verhält es sich zuweilen bei den complicirteren Nonien. Das einfachste Beispiel hiervon ist der Nonius, der Zwanzigstel abzulesen gestattet. Mit Rücksicht darauf, dass man die Zahlen bequemer mit Decimalbrüchen wie mit gewöhnlichen Brüchen verwendet, sind die Angaben an den Strichen des Nonius auf Hundertstel umgerechnet, d. h. an den Strichen stehen statt 1, 2, 3, ..., der Zahlen die sich auf Zwanzigstel beziehen, die Zahlen 5, 10, 15 u. s. w., welche die betreffenden Werthe gleich in Hundertsteln ausdrücken.

Aehnlich verhält es sich recht häufig bei den Kreistheilungen, so dass es zweckmässig ist, vor dem Gebrauch eines Nonius stets einige Probeablesungen zu machen. Man wählt Einstellungen, die man nach dem Augenschein ungefähr controliren kann, und vermag

sich dadurch mit der Bedeutung der Zahlen am Nonius vertraut zu machen.

Wenn hierbei nicht viel Zeit verloren gehen soll, so muss ein bestimmter Plan befolgt werden, und eine Methode, die im Allgemeinen zum Ziele führt, ist folgende. Zunächst ermittelt man, welches der Werth der kleinsten Intervalle auf der Hauptheilung ist. Damit stimmen die Theile des Nonius in der Regel nahezu überein. Um das Verhältniss zwischen diesen und jenen zu finden, stellt man den Nullpunkt des Nonius genau dem Nullpunkt der Hauptheilung gegenüber und zählt wieviele Theile auf jeder Scala zwischen dem Nullpunkt und den nächsten Strichen liegen, welche einander gerade gegenüber liegen.

Nehmen wir beispielsweise an, es handele sich um eine Kreistheilung, ihr kleinstes Intervall sei der Grad, und es gingen 59 solcher Intervalle auf 60 des Nonius so soll nach dem oben Dargelegten der Nonius Ablesungen von $\frac{1}{60}$ Grad d. h. von einer Minute gestatten. Zu seiner leichten Benutzung wird es zweckmässig sein, wenn einfach der Reihe nach die Zahlen 0 bis 60 an seinen Strichen stehen. Befindet sich dann nämlich bei irgend einer Einstellung z. B. der 7te Theilstrich des Nonius gegenüber einem Theilstrich der Scala, so heisst das: der Nullpunkt des Nonius weicht um 7 Minuten von dem nächst niedrigeren Theilstrich der Scala ab.

Bestimmungen der Minute gestatten auch solche Scalen, welche nach halben Graden getheilt sind, wenn 30 Intervalle des Nonius gleich 29 Intervallen der Scala sind. Bei solchen Nonien würden die an den Strichen des Nonius befindlichen Zahlen zweckmässigerweise einfach 0, 1, 2 .... bis 30 sein.

Dagegen weicht die Bezeichnung der einzelnen Striche am Nonius von der Reihenfolge 1, 2, 3... ab, wenn es sich z. B. um eine Hauptheilung handelt, bei der die kleinsten Intervalle Sechstelgrade sind, während 59 von diesen mit 60 Intervallen am Nonius übereinstimmen. Denn mittelst des Nonius lässt sich in diesem Falle die Ablesung bis auf Sechzigstel der Intervalle der Haupttheilung genau vornehmen oder, da diese Intervalle $\frac{1}{6}$ Grad (= 10 Minuten) betragen, auf 10 Secunden. Das lässt sich durch die Ziffern am Nonius so ausdrücken, dass jeder 6te Theilstrich der Reihe nach eine der Zahlen 1, 2, 3 bis 10 erhält. Die Ziffern bedeuten dann so und so viel Minuten, während die dazwischenliegenden Theilstriche der Reihe nach 10″ 20″ 30″ 40″ und 50″ bezeichnen.

Aehnliche complicirtere Nonien giebt es noch mehr, beispiels-

weise solche, wo eine Ablesung mit einer Genauigkeit von 2 Secunden gemacht werden kann.

Um das Beobachtungsmaterial leicht verwenden zu können, ist die Uebersichtlichkeit der schriftlichen Notizen eine der ersten Bedingungen. Man soll aus der Disposition der Zahlen mit einem Blick im Stande sein, das Wichtige von dem weniger Wichtigen, die Versuchsergebnisse und das Resultat von den Zwischenrechnungen zu unterscheiden. Mit sehr geringer Mühe lässt sich dies erreichen, wenn man nur überhaupt darauf achtet, und vor allen Dingen nicht in den Fehler fällt, dadurch Papier sparen zu wollen, dass man die Ziffern möglichst gedrängt schreibt. Besonders empfehlenswerth ist es, die Bedeutung der Zahlen mit einigen wenigen Worten anzumerken. Namentlich ist dies anzurathen mit Rücksicht auf eine etwaige spätere Benutzung. Es ist möglich mit ein paar Worten der Erläuterung die Zahlenangaben so verständlich zu machen, dass man sich noch nach Jahren den Gang der Messungen zurückrufen kann.

Alle Notizen und Rechnungen sollten unbedingt in ein besonderes Beobachtungsjournal eingetragen und darin auch die Tage vermerkt werden, an denen die Arbeiten ausgeführt wurden. Man ist so unter Umständen in der Lage, den Barometerstand oder andere Werthe, deren Beobachtung man zur Zeit der Arbeit vielleicht versäumt hat, und deren Feststellung von Bedeutung ist, von anderen Beobachtern zu ermitteln und nachzutragen, oder auch umgekehrt, Anderen mit den Zahlen des eigenen Journals behülflich zu sein.

Messungen der Länge (Dicke).

Zu Längenmessungen werden gewöhnlich Maassstäbe aus mehr oder weniger haltbarem und unveränderlichem Material verwandt. Des niedrigen Preises wegen sind die Holzmaassstäbe wohl die gebräuchlichsten, doch werden namentlich an verschiedenen Apparaten, wie Barometern u. s. w., auch Scalen aus Metall und Glas benutzt, und diese genügen naturgemäss höheren Anforderungen.

Vorsicht ist schon bei Bandmaassen und Holzmaassstäben sehr angebracht (besonders bei älteren), viel mehr aber noch bei den Scalen, die ursprünglich auf Papier gedruckt, und auf Holz geklebt sind, wie man sie bei einer Reihe der feinsten Messungen, z. B. den mit Spiegel und Scala vorgenommenen Bestimmungen von Galvanometernadelausschlägen benutzt. Solche Papierscalen verziehen sich dermaassen, dass auf die Länge von 1 Meter der Fehler 1 Centimeter und mehr betragen kann. Allerdings handelt es sich bei der zuletzt genannten Art der Verwendung in der Regel nur um den Vergleich verschiedener auf derselben Scala gemessener Werthe, und deren Verhältniss bleibt dasselbe, wenn sich die ganze Theilung nur gleichmässig verändert hat. Immerhin ist es gut, dessen eingedenk zu bleiben, dass namentlich die papierenen Scalen und die einzelnen auf denselben gemessenen Werthe ganz erhebliche Fehler besitzen können.

Parallaxe. Nicht blos bei der Messung von Längen, sondern auch bei unzähligen anderen Bestimmungen muss auf einen Umstand geachtet werden, der beträchtliche Fehler veranlassen kann. Wenn die Stellung eines Punktes in Bezug auf irgend einen Maassstab ermittelt werden soll, so wird die Ablesung immer von der Lage des Auges abhängig sein, falls sich der Punkt nicht in der Fläche des Maassstabes selbst befindet. Oft ist es nun nicht möglich, die zu messenden Strecken unmittelbar an den Maassstab zu bringen und dann kann leicht durch falsche Stellung des Auges ein Fehler, der sogenannte Parallaxenfehler entstehen. Man vermeidet ihn, wenn man dafür sorgt, dass die Richtung, in welcher man blickt, während man die Ablesung des einen Endpunktes der Strecke vornimmt, genau parallel ist derjenigen bei der Ablesung des anderen Endpunktes. Das kann man auf verschiedene Weisen erreichen. Am häufigsten richtet man es so ein, dass man beidemale senkrecht gegen den Maassstab blickt, und verwendet hierbei einen kleinen ebenen Spiegel, der an der Stelle, wo abgelesen werden soll, gegen den Maassstab gedrückt wird. Man bewegt nun das Auge so lange hin und her, bis das Bild der Pupille im Spiegel sich an demselben Theilstrich der Scala befindet, wie der Punkt, dessen Stellung ermittelt werden soll.

Wenn nämlich das Auge nach dem Spiegelbild der Pupille sieht, so ist die Blickrichtung senkrecht zum Spiegel, in Folge dessen auch senkrecht zum Maassstab, da ja die Ebenen von Maassstab und Spiegel übereinstimmen.

Ausser den einfachen Maassstäben verwendet man zu Längenbestimmungen noch eine Reihe von Apparaten und Vorrichtungen, Kathetometer, Comparatoren, Theilmaschinen, Dickenmesser, von denen hier blos einige als Muster ausführlicher behandelt werden sollen.

Während man eine Länge von ungefähr 1 m an einem gewöhnlichen Maassstab mit blosem Auge leicht bis auf Bruchtheile eines Millimeters messen kann, also derart, dass der Fehler weniger als ein Tausendstel der gemessenen Grösse beträgt, ist es unmöglich, auf demselben Wege auch nur annähernd eine relativ gleiche Genauigkeit bei der Bestimmung kleiner Längen, z. B. der Dicke einer Glasplatte von ungefähr 1 mm Stärke zu erreichen. Dazu sind die Theilungen nicht fein, das Auge nicht scharf genug.

Man kann nun zwar besondere, sehr feine Theilungen herstellen, ist aber dann gezwungen, sie sowohl, wie den zu messenden Körper auf optischem Wege zu vergrössern. Eine solche Methode ist diejenige, welche das Mikroskop mit Ocularmikrometer benutzt, und auf die man namentlich bei der Messung von sehr kleinen Dimensionen, den Durchmessern von Blutkörperchen und dergleichen angewiesen ist. Doch davon später.

Bei den meisten der Apparate, welche zur genauen Messung kurzer Strecken (von Bruchtheilen eines Millimeters bis zu mehreren Decimetern) gebraucht werden, ist der Hauptheil eine Mikrometerschraube. Sie kommt zur Anwendung bei der Construction des Dickenmessers von Wild, der gebräuchlichsten Theilmaschinen, des Sphärometers u. s. f. Um ihren Zweck verständlich zu machen, wird es genügen, ihre Anwendung als Theil des Dickenmessers von Wild zu erläutern.

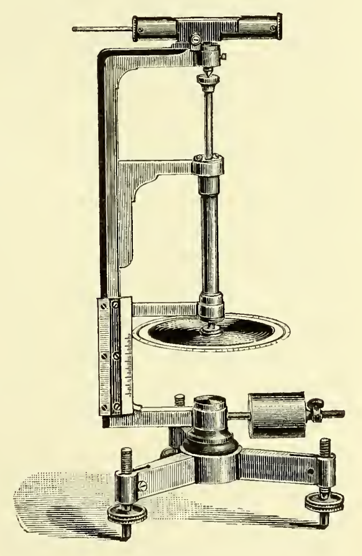


Fig. 3.

Dickenmesser nach Wild.

Das Instrument wird durch nebenstehende Abbildung veranschaulicht. Die Mikrometerschraube, welche vertical steht, trägt an ihrem unteren Ende die grosse runde Scheibe mit dem hellen Rande. Durch Umdrehen der Scheibe bewegt man die Schraube auf und nieder, und hebt oder senkt dadurch eine

verticale Stange, welche auf dem oberen Ende der Schraube ruht. Diese erweitert sich an ihrem oberen Ende zu einem kleinen runden Tischchen — und letzteres stösst gegen einen an beiden Enden zugespitzten Stift, der gleichfalls in verticaler Richtung auf- und abgleiten kann. Eine Libelle, welche sich an der höchsten Stelle des Apparates befindet, ist derart um eine horizontale Axe drehbar angebracht, dass sie durch die Bewegung des Stiftes mehr oder weniger aus ihrer horizontalen Lage gekippt wird. Die Verschiebung der Luftblase in der Libelle deutet also eine Bewegung des Stiftes und damit auch eine Hebung oder Senkung der Mikrometerschraube an. Es kommt viel darauf an, dass die Libelle für ganz kleine Bewegungen der Schraube empfindlich ist. Das ist dadurch bewirkt, dass der vorher erwähnte Stift dicht neben der Drehungsaxe an der Libelle angreift. Eine äusserst geringe Verschiebung des Stiftes bedingt dann schon eine verhältnissmässig bedeutende Drehung der Libelle.

Die Dickenmessung beispielsweise einer Glasplatte geschieht nun folgendermaassen. Zuerst wird die Glasplatte auf das Tischchen gelegt, so dass also die Platte zwischen Tischchen und Stift eingeschoben ist, und das Tischchen drückt demnach jetzt bei der ihm durch die Schraube ertheilten Bewegung nicht direct, sondern vermittelst der Glasplatte gegen den Stift. Wird nun die Schraube so weit hinauf oder hinunter gedreht, dass die Luftblase der Libelle genau in der Mitte der auf der Libelle angebrachten Theilung steht, so ist dadurch eine ganz bestimmte Stellung des Stiftes gegeben. Dort wird der Stift durch die Glasplatte gehalten. Nimmt man die Platte weg, so muss der Tisch genau um die Dicke der Platte hinaufgeschraubt werden, damit die Libelle sich ebenso wie vorher einstellt. Also die Verschiebung der Schraube zwischen ihren beiden Lagen, in denen sie, — einmal wenn die Platte auf dem Tischchen liegt, das andere Mal ohne Platte —, die gleiche Einstellung der Libelle bewirkt, ergiebt die Dicke der Platte. Wenn wir nun die Ganghöhe der Schraube kennen, d. h. den Betrag, um den sie sich in Richtung ihrer Axe bei einer einzigen Umdrehung fortbewegt, so können wir leicht aus der Anzahl von Umdrehungen und den Bruchtheilen von solchen auf die Plattendicke schliessen. Die Ganghöhe pflegt bei den gebräuchlichsten Mikrometerschrauben 1 mm oder $\frac{1}{2}$ mm zu betragen. Die Angaben der Mechaniker in dieser Hinsicht müssen selbstverständlich, wo es auf wirklich exacte Messungen ankommt, durch Probebestimmungen an Gegenständen von genau bekannter Dicke controlirt werden.

Auf dem hellen Rande der grossen Scheibe, welche sich unten an der Schraube befindet, ist eine Theilung angebracht. Diese gleitet bei Drehung der Schraube dicht an einer scharfen verticalen Kante des Gestelles vorüber. Nach jeder ganzen Umdrehung tritt dieselbe Stelle der Scala der Kante gegenüber. Ist der Umfang der Scheibe in 100 Intervalle getheilt, und beträgt die Ganghöhe der Schraube 1 mm, so bedeutet eine Drehung der Scheibe um einen Theilstrich eine Hebung oder Senkung der Schraube um $\frac{1}{100}$ mm. Indem man die Zehntel eines Intervalles schätzt, kann man also Dickenbestimmungen bis auf $\frac{1}{1000}$ mm genau vornehmen. Die ganzen Umdrehungen der Schraube kann man entweder an einer Theilung ablesen, welche sich an der erwähnten Kante des Gestelles befindet, oder einfach dadurch feststellen, dass man die Anzahl von Vorübergängen einer Stelle der Scala an der Kante zählt. Man erleichtert sich Letzteres, indem man an die Stelle auf der Scheibe einen kleinen Gegenstand als Marke legt. Im Uebrigen läuft die Messung also darauf hinaus, diejenigen beiden Ablesungen auf der Theilung der Scheibe wiederholt zu notiren, die, bei den beiden Einstellungen der Libelle, auf dem Umfang der Scheibe gegenüber der Kante gemacht werden. Daraus ergeben sich die Bruchtheile von Umdrehungen, welche man den gezählten ganzen Umdrehungen hinzufügen muss.

Bei der Verwerthung der beiden Ablesungen hat man indessen noch auf einen sehr wesentlichen Punkt zu achten. Die erste Zahl möge 96, die andere 24 heissen. Dann haben ausser den so und so vielen hundert Theilstrichen, welche den ganzen Umdrehungen entsprechen, noch die zwischen 24 und 96 liegenden Intervalle die Kante passirt. Je nachdem man aber von 24 im einen oder im anderen Sinne um die Peripherie der Scheibe herum rechnet, liegt eine verschiedene Anzahl von Intervallen zwischen 24 und 96, nämlich entweder $96 - 24 = 72$, oder die Theile von 96 bis 100 (0) und von da an bis 24, d. h. $100 - 96 + 24 = 28$. Welches von diesen der richtige Werth ist, ergiebt sich bei der Vornahme der Messung selbst, man hat eben darauf zu achten, ob ausser der ganzen Anzahl von Umfängen dieser oder jener Theil der Peripherie die scharfe Kante, welche als Index diente, passirt.

Uebrigens kann man im zweiten Falle, nämlich wenn die Theile von 96 bis 100 und von da bis 24 zu nehmen sind, auch kurz so rechnen, dass man an Stelle von 24 die Zahl 124 setzt und dann 96 davon abzieht. Es ist ja $(100 - 96) + 24 = 124 - 96$.

Man verfährt dabei ganz richtig so, als ob auf den Theilstrich 100, der zugleich 0 heisst, nicht der Theilstrich 1, sondern 101 folgte.

In Bezug auf die Art, wie die öftere Wiederholung der Messung und das Mittelnehmen aus den gewonnenen Werthen eine Erhöhung der Genauigkeit bewirkt, ist noch eine Bemerkung zu machen, welche nicht nur hier, sondern auch bei vielen anderen Messungen von der grössten Bedeutung ist. Man hat nämlich zu unterscheiden zwischen zwei Verfahren. Entweder man macht eine Reihe von 10 Ablesungen, wenn die zu messende Platte auf dem Tischchen liegt und dann 10 Ablesungen nach Wegnahme der Platte, oder man beobachtet abwechselnd mit und ohne Platte. Durch das Aufsetzen oder Abnehmen der Platte und die Verschiebung der Schraube wird der Apparat leicht etwas verstellt, und so gewährt uns die Methode, bei welcher die Ablesungen je einer Art hintereinander geschehen, scheinbar eine grössere Genauigkeit. Wenigstens stimmen die Werthe untereinander viel besser überein, und das ist im Allgemeinen ein Zeichen guter Messungen. Trotzdem ist hier und in allen analogen Fällen die andere Methode der Ablesungen, abwechselnd mit und ohne Platte, bei weitem die zuverlässigere. Denn die Uebereinstimmung der Werthe im ersten Falle ist thatsächlich gar kein Beweis dafür, dass nicht durch das Abnehmen der Platte, die Verstellung der Schraube u. s. w. ein Fehler in die Messung eingeht, der dann der ganzen Serie von Ablesungen in gleicher Weise anhaftet. Allerdings werden solche Fehler auch in derselben Weise vorkommen, wenn abwechselnd mit und ohne Platte gemessen wird, doch wird man hier sicher darauf rechnen können, dass sie bald in diesem bald in jenem Sinne wirken und sich beim Mittelnehmen einigermaassen herausheben. Im einen Falle ist also die Möglichkeit vorhanden, dass bei ausgezeichneter Uebereinstimmung, der Messungen doch ein recht bedeutender Fehler vorhanden ist, während im anderen Falle bei grösserer Abweichung der einzelnen Werthe das Resultat ein zuverlässigeres ist. Bei der ersten Methode wird der schwierige Theil des Verfahrens nur einmal vorgenommen und der dabei vorkommende Fehler geht in jeden der gefundenen Werthe ein, bei der zweiten Methode wird gerade die Operation, auf die es besonders ankommt, vielmals wiederholt und dadurch wirklich der Vortheil öfterer Beobachtungen erzielt.

Die Beschreibung des Sphärometers und seiner Anwendung zur Dickenmessung findet sich auf p. 107 ff., wo auch von der Verwendung

des Instrumentes zur Bestimmung des Krümmungsradius einer sphärischen Fläche die Rede ist.

Den Messungen der Länge sind diejenigen von Flächen und Volumen dem Begriffe nach nahe verwandt. In sehr einfachen Fällen können die letzteren auch bequem auf erstere zurückgeführt werden, so, wenn es sich um Bestimmung des Inhalts von Rechtecken, rechtwinkligen Parallelepipeden, Kugeln und geraden Cylindern handelt. Man kann ja, wenn z. B. der Flächeninhalt eines Kreises bestimmt werden soll, dessen Durchmesser messen, und daraus den Inhalt berechnen.

Bei unregelmässig gestalteten Flächen und Körpern lassen uns diese Methoden indessen im Stiche, und selbst bei den übrigen kann häufig ein indirectes Verfahren zuverlässiger und genauer sein als das directe. Eine solche indirecte Methode wird z. B. fast immer angewandt, wenn ein Cylindervolumen bestimmt werden soll. Sie besteht in diesem Falle darin, dass man den Gewichtsverlust des Cylinders in Wasser feststellt und das Archimedische Princip anwendet. Durch Füllen mit Wasser oder Quecksilber, und Wägung werden auch bei unzähligen Aufgaben Hohlvolumen bestimmt. Das Genauere über derartige Messungen findet man in dem Abschnitt über die Wägungen p. 43 ff.

Für die Bestimmung des Flächeninhaltes führt gleichfalls oft ein auf Wägungen gegründetes Verfahren zum Ziel. Es sei z. B. der innere Querschnitt einer Capillaren, d. h. einer feinen, cylindrischen Röhre zu bestimmen. Man füllt dann Quecksilber ein, misst die Länge des daraus bestehenden Fadens und wägt die angewandte Menge. Das Gewicht ist gleich dem Volumen multiplicirt mit dem specifischen Gewicht. Aus dem Gewicht und dem specifischen Gewicht ergiebt sich also das Volumen. Dieses ist gleich dem Querschnitt multiplicirt mit der Länge des Fadens. Aus Volumen und Länge ist demnach der Querschnitt leicht zu berechnen.

In vielen Fällen besitzt dieses Verfahren gegenüber der Bestimmung des Querschnittes aus der Messung des Durchmessers den grossen Vorzug, dass man mit ihm gleich einen Mittelwerth aus den verschiedensten Querschnitten der Röhre erhält, während nach der anderen Methode ein derartiger Mittelwerth viel umständlicher zu erlangen ist.

Liegt die Aufgabe vor, den Inhalt einer gezeichneten Figur von unregelmässigem Umriss zu ermitteln, so kann man das, bei geeigneter Grösse der Figur, direct durch Anwendung der sogenannten

Planimeter. Diese werden bei physikalischen Messungen indessen ziemlich selten benutzt; wir übergehen sie daher.

Ein Verfahren, das wenigstens angenäherte Werthe giebt, besteht darin, die Fläche mit einem feinen, quadratischen Netze zu bedecken, dessen Maschen eine bestimmte Grösse haben. Man zählt dann die auf die Fläche fallenden Quadrate und addirt dazu etwa die Hälfte der von dem Umriss durchschnittenen Quadrate.

Genauer und weniger zeitraubend ist folgende indirecte Methode. Die Figur wird auf ein Papier von möglichst gleichmässiger Dicke gezeichnet, sorgfältig ausgeschnitten und gewogen. Von demselben Papier wird ein rechteckiges Stück abgewogen, dessen Flächeninhalt durch Messung der Seiten leicht bestimmt werden kann. Das Verhältniss der Gewichte giebt uns das Verhältniss der Flächeninhalte. Von letzteren ist der eine bestimmt, der andere, gesuchte, also leicht zu berechnen.

Waage und Wägungen.

Genaue Wägungen gehören zu den unentbehrlichsten Hülfsmitteln für die erfolgreiche Lösung zahlloser Aufgaben. Sie sind auch für den Mediciner, speciell den Physiologen, so wichtig, dass wir diesen Gegenstand im Folgenden eingehender betrachten wollen. Es ist durchaus nicht nothwendig, dass bei jeder Wägung alle Punkte in Betracht kommen, auf die wir hinweisen werden. Wer eine genaue Kenntniss der Methode erworben hat, wird bei den meisten Aufgaben im Stande sein, sich durch die Wahl des Verfahrens gegen bestimmte Arten von Fehlern zu schützen, ohne dass die Operationen besonders verwickelt oder schwierig würden, während dagegen Jemand, der mit dem System der Wägungen nicht völlig vertraut ist, selbst bei den einfachsten Aufgaben leicht die gröbsten Versehen macht.

Zuerst soll von der Benutzung der feinen Waagen, welche beispielsweise zur chemischen Analyse dienen, die Rede sein.

Behandlung der Waage.

Wenn für die Aufstellung der Waage keine festen Pfeiler zur Verfügung stehen, so setze man sie auf eine an der Wand angebrachte, feste Console. Mittelst der Fussschrauben wird das ganze Instrument so gerade gerichtet, dass die daran befindliche Justirvorrichtung, gewöhnlich die Luftblase einer Libelle oder ein Pendel, auf den vom Mechaniker dafür gewählten Marken einsteht.

Die erste Bedingung für das Gelingen einer genauen Wägung ist Sorgfalt im Loslassen und Arretiren des Waagebalkens sowie der Gehänge. Darauf kommen wir gleich noch einmal zurück.

Die Thüren des Waagekastens, der das Instrument nicht nur vor Staub, sondern namentlich auch vor Luftströmungen schützen soll, müssen stets, mit Ausnahme der zum Auflegen der Gewichte erforderlichen Zeiten, geschlossen sein. Das Oeffnen der grossen Vorderthüren beeinflusst die Waage weit mehr, als das der kleinen Seitenthüren. Man benutze daher, wenn es irgend angängig ist, immer die letzteren. Nur wenn etwas an der Waage in Unordnung gerathen oder zu justiren ist, dürfen die Vorderthüren gebraucht werden.

Die Wägung läuft auf eine Beobachtung der Einstellungen des Zeigers hinaus, diese werden aber nicht in der Weise festgestellt, dass man wartet, bis die Waage thatsächlich zur Ruhe gekommen ist, denn die so bestimmte Ruhelage ist allzusehr von Zufälligkeiten abhängig, sondern man notirt bei schwingendem Waagebalken eine fortlaufende Reihe von Umkehrpunkten des Zeigers und schliesst daraus auf die Ruhelage. Da die Schwingungsweite allmählich abnimmt, so würde man einen verkehrten Punkt bekommen, wenn man die Mitte zwischen einem Umkehrpunkt rechts und dem nächstfolgenden links nähme, und zwar würde der Punkt auf der rechten Seite der wahren Ruhestellung liegen. Man fügt daher stets, wenn man rechts angefangen hat, auch noch eine Beobachtung rechts hinzu, damit der, gegen die Beobachtung links zu gross gerathene Anfangsausschlag rechts, durch einen kleineren Endausschlag ausgeglichen wird. Bei Feststellung einer grösseren Anzahl von Umkehrpunkten wähle man daher stets aus demselben Grunde eine ungerade Anzahl auf der einen, eine gerade auf der anderen Seite. Für den Anfang dürfte es sich empfehlen, im Ganzen 9 Umkehrpunkte zu beobachten. Man nehme dann das Mittel aus den Angaben auf jeder Seite für sich und erhält so, in dem Mittel aus den beiden resultirenden Zahlen, den Ruhepunkt des Zeigers. Dabei ist es, um Verwirrung zu vermeiden, sehr zweckmässig, dass man nicht, wie der Fabrikant, den Mittelpunkt der Scala als 0 bezeichnet und dadurch positive und negative Werthe für die Umkehrpunkte erhält, sondern dass man von dem zehnten Theilstrich auf derjenigen Seite rechnet, wo man die Gewichte auflegt, was bei dem rechtshändigen Beobachter auch die rechte Seite sein wird. Da man bei der Rechnung voraussetzt, dass die Abnahme des Schwingungs-

bogens in arithmetischer Progression geschieht, so darf der Bogen nicht zu gross sein, denn thatsächlich ist die Progression eine geometrische, und nur bei kleinen Schwingungsbogen darf man so rechnen, als ob es eine arithmetische wäre. Andererseits soll aus verschiedenen Gründen, u. a. wegen des grossen Einflusses von Zufälligkeiten, der Bogen auch nicht zu klein sein. Man sorge daher dafür, dass die Bogen, von Umkehrpunkt zu Umkehrpunkt gerechnet, etwa 2 bis 4 Theile der Scala betragen. Man kann dies in gewissen Grenzen durch die Geschwindigkeit erreichen, mit der man die Waage loslässt, sonst darf auch wohl auf eine Waagschale mit einem Haar ein geringer Druck ausgeübt werden.

Die Beobachtungen werden am besten so aufgeschrieben, dass die Umkehrpunkte auf jeder Seite untereinander stehen, damit man leicht die Mittel ausrechnen kann.

Also etwa:

	links:	rechts:		
	11,3	8,6		
	11,2	8,7		
	11,1	8,8	links: 11,14	Mittel: 9,94
	11,1	8,9	rechts: 8,75	
	11,0	35,0 : 4		
	55,7 : 5			
Mittel:	11,14	8,75		

Vorher wurde schon die Wichtigkeit sorgfältigen Loslassens und Arretirens betont. Lässt man rasch los, so erhält man zwar gewöhnlich hinreichende Schwingungsweiten, meistens sogar zu grosse, zugleich wird dabei aber die Waage derart erschüttert, dass gar keine brauchbaren Beobachtungen zu machen sind. Man findet bei solchem Verfahren nämlich, wenn man mehrere Male hintereinander die Reihen von Umkehrpunkten beobachtet, nicht immer wieder denselben Werth für die Ruhelage der Waage. Die Bestimmungen sind daher einfach zu verwerfen.

Ausserdem liegt es auf der Hand, dass die feinen Schneiden einer guten Waage keine grobe Behandlung vertragen. Die Waage selbst leidet durch unvorsichtigen Gebrauch nicht blos vorübergehend, sondern auch dauernd.

Um hinreichend grosse Schwingungsbogen zu erhalten, kann man auch folgendermaassen verfahren. Es sei beim Loslassen der Waage die Schwingungsweite zu klein gerathen, dann dreht man langsam die Handhabe der Arretirungsvorrichtung (Kurbel oder

gekerbten Knauf) in dem Sinne, der einer Arretirung entspricht, aber nicht bis zur Feststellung des Waagebalkens, sondern nur bis dieser von der Arretirungsvorrichtung auf der einen Seite sanft berührt wird, und dreht darauf die Handhabe wieder zurück, um den Waagebalken abermals frei zu geben. Die Berührung genügt in der Regel als Anstoss zu Schwingungen von geeigneter Amplitude. Vorsicht ist allerdings auch bei dieser Methode sehr geboten, und es empfiehlt sich hier, wie auch sonst häufig, die Manipulation lieber einige Male so vorsichtig auszuführen, dass sie ihren Zweck verfehlt, als zu energisch.

Man läuft überhaupt nirgends mehr Gefahr, Zeit durch übelangebrachte Eile zu verlieren, wie bei Wägungen.

Beim Arretiren der Waage ist mindestens die gleiche Sorgfalt geboten, wie beim Loslassen. Wenn die Waage schwingt, und man will sie feststellen, so hat man Stösse möglichst zu vermeiden, vor allen Dingen solche, welche die Schneiden verletzen können. Nur wenn der Zeiger auf dem Mittelpunkt der Scala einsteht, berührt der schwingende Waagebalken die Arretirungsvorrichtung auf beiden Seiten gleichzeitig. Sonst stösst stets die eine Seite vor der anderen auf, und je heftiger der Aufschlag, um so grösser die Gefahr, dass die wichtige Mittelschneide Erschütterungen erfährt. Am besten ist es daher, die Arretirungsvorrichtung blos dann zu bewegen, wenn Zeiger und Balken sich in der Mittellage befinden. Im Uebrigen sind noch die beiden Fälle zu unterscheiden, dass der Waagebalken und der Zeiger sich von ihrer Ruhelage entfernen oder sich derselben nähern in dem Momente, wo die Arretirungsvorrichtung den Balken berührt. Die Arretirungsvorrichtung drückt den Balken stets nach der Mittellage hin. Wenn letzterer sich also gerade von derselben entfernt, so wird der Stoss beider gegeneinander heftiger sein, als im entgegengesetzten Falle, wo die Arretirungsvorrichtung den Balken einholt, nicht ihm entgegenläuft. Fasst man den Balken daher nicht in dem Momente, in dem der Zeiger auf dem Mittelpunkt der Scala einsteht, so ist es immerhin noch vortheilhafter, die Arretirung beginnt zu wirken während der Zeiger sich nach dem Mittelpunkt hin bewegt, als während er sich davon entfernt.

Bei der einfachsten Art der Wägung wird der Körper auf die eine Waagschale gebracht und Gewichte auf die andere gelegt, bis der Waagebalken und der Zeiger die gleiche Stellung annehmen wie vorher, als die Waage noch unbelastet war.

Tarirmethode. Die eben skizzirte Methode setzt voraus, dass die Seiten des Waagebalkens gleich sind, man kann sie aber durch

eine geringe Umänderung auch für ungleicharmige Waagen anwendbar machen. Man stellt nämlich zuerst Gleichgewicht her zwischen dem zu wägenden Körper auf einer Waagschale und irgendwelchen Tarirgewichten (Tara), Schrot und dergleichen auf der anderen. Dann ersetzt man den Körper durch richtige Gewichte, so dass diese der Tara das Gleichgewicht halten, und erhält damit augenscheinlich das wirkliche Gewicht des Körpers.

Das Aufsetzen und Verschieben der Gewichte hat bei diesen Methoden ebensowohl, wie bei der im Folgenden beschriebenen, stets nur dann zu geschehen, wenn die Waage arretirt ist.

Ueber das System bei dem Aufsetzen der Gewichte ist sonst wenig zu sagen. Solange man noch beim Ausprobiren der grösseren Stücke ist, braucht man die Waage gewöhnlich gar nicht ganz loszulassen, sondern beobachtet nur bei der ersten Bewegung des Zeigers den Sinn der Bewegung und arretirt dann wieder. Erst bei der Ermittelung der Milligramme und ihrer Bruchtheile wird es nothwendig sein, den Waagebalken bei jeder Probe ganz frei schwingen zu lassen. Das kleinste Stück, welches sich in den Gewichtssätzen befindet, pflegt ein Centigramm zu sein. Um kleinere Werthe darzustellen, hängt man ein gebogenes Drahtstück, das ein Centigramm schwer ist, den sogenannten Reiter, nicht auf die Schalen, sondern auf verschiedene Stellen des eingetheilten Waagebalkens. Das Gewicht des Centigrammes wirkt dann nicht an demselben Hebelarm, wie die übrigen Gewichte, sondern an einem kürzeren. Der Balken ist gewöhnlich nach Zehnteln eingetheilt. Auf dem Theilstrich 1 wird das Centigramm also gleichbedeutend sein mit einem Milligramm auf der Waagschale u. s. w.

Genauere Wägungsmethode.

Methoden, wie die oben beschriebenen, bei denen man den belasteten Waagebalken genau in seine ursprüngliche Lage zurückzuführen hat, werden zu feineren Wägungen nicht benutzt. Sie sind auch entweder sehr ungenau, da man die Feststellung der Ruhelagen bei den verschiedenen Belastungen gewöhnlich nicht durch Reihen von Schwingungsbestimmungen ausführt oder, wenn man letzteres thut, unverhältnissmässig zeitraubend. Man schlägt daher bei sorgfältigen Messungen stets ein anderes, indirectes Verfahren ein. Dasselbe hat vor den übrigen in Bezug auf Sicherheit und Genauigkeit soviele Vorzüge, dass Jemand, der sich einmal

gründlich damit vertraut gemacht hat, schwerlich, ausser bei den rohesten Wägungen, davon abgehen wird.

Zuerst bestimmt man in der vorher angegebenen Weise durch Schwingungsbeobachtungen die Ruhelage des unbelasteten Waagebalkens und Zeigers. Dann werden noch die Gramme und deren Bruchtheile, Deci-, Centi- und sogar Milligramme ganz wie früher ermittelt. Nur um die Bruchtheile der Milligramme zu finden, geht man von dem bisherigen System ab. Statt nämlich den Reiter continuirlich auf dem Waagebalken zwischen dem Theilstrich (es sei beispielsweise der 4te), welcher für das gefundene Milligramm gilt und dem nächsthöheren Theilstrich (also 5) hin und her zu bewegen, bis die Ruhelage von Waagebalken und Zeiger dieselbe ist, wie bei unbelasteter Waage, verfährt man folgendermaassen. Man bestimmt die Ruhelagen des Zeigers durch Schwingungsbeobachtungen für die beiden Fälle, dass der Reiter auf den beiden erwähnten Theilstrichen (in unserem Beispiel 4 und 5) liegt. Zwischen diesen Ruhelagen befindet sich nach unseren Annahmen diejenige bei unbelasteter Waage. Das heisst, wir kennen die Stelle, wo der Zeiger bei einer gewissen Reiterbelastung (4 mg) des Balkens steht, wir wissen, wohin sich der Zeiger verschiebt, wenn man 1 mg mehr auflegt, und wir werden danach im Stande sein zu berechnen, welchen Bruchtheil des Milligrammes wir hätten auflegen müssen, damit sich der Zeiger auf die dazwischen befindliche Stelle begäbe, wo der Zeiger bei unbelasteter Waage stand. Die Berechnung gestaltet sich ungemein bequem, weil bei den kleinen Ausschlägen des Zeigers, welche Zunahmen des Gewichtes um wenige Milligramme oder Bruchtheile von solchen entsprechen, die Verschiebungen des Zeigers auf der Scala proportional den Zusatzgewichten sind. Wenn also die Strecke auf der Scala zwischen der Ruhelage für 4 mg und der Ruhelage bei unbelasteter Waage $\frac{1}{3}$ der Strecke beträgt, zwischen den Ruhelagen bei 4 und bei 5 mg Belastung, so würde man zu 4 mg noch $\frac{1}{3}$ mg hinzufügen müssen, damit die Gewichte dem zu wägenden Körper das Gleichgewicht halten u. s. w. Man hat es gar nicht nöthig, den Reiter wirklich noch zur Controle um $\frac{1}{3}$ des Abstandes der Theilstriche 4 und 5 auf dem Waagebalken zu verschieben, denn bei einigermaassen genauen Schwingungsbeobachtungen ist das Resultat genauer, als die Controle sein würde.

Es sei das ganze Verfahren zu besserem Verständniss noch einmal an einem bestimmten Beispiel erläutert. In der Ruhelage der unbelasteten Waage stehe der Zeiger nach Schwingungsbeobach-

tungen bei 10,56 auf der Zeigerscala. Man habe durch Probiren mit den Grammen u. s. w. ermittelt, dass das Gewicht zwischen 24,37 und 24,38 g liegt. Dann beginnt die Bestimmung der ganzen Milligramme. Man setzt den Reiter auf die Theilstriche des in Zehntel getheilten Balkens erst auf 1, dann auf 2 u. s. w., und beobachtet jedesmal, ob der Zeiger beim Loslassen des Balkens um Punkte rechts von 10.56 oder links von 10.56 schwingt, ohne vorläufig jedoch genauere Ablesungen zu machen. Erst wenn festgestellt ist, dass z. B. für 2 mg die ungefähr abgeschätzte Ruhelage des Zeigers sich rechts vom Punkte 10,56 befindet, während sie für 3 mg auf die linke Seite von 10,56 fällt, beginnt man mit den exacten Schwingungsbeobachtungen und zwar für die Belastungen von 2 und 3 mg. Man finde dabei für

2 mg die Ruhelage 9,83,
3 mg „ „ 11,47.

Dann liegt offenbar das wirkliche Gewicht, welches man auflegen müsste, um den Zeiger der Waage nach 10,56 zu führen, nur um Bruchtheile eines Milligrammes über 24,372 g. Diese Bruchtheile ergeben sich aber auch noch aus folgender Ueberlegung. Bei 24372 mg Belastung steht der Zeiger auf 9,83, fügt man noch ein Milligramm hinzu, so verschiebt er sich nach 11,47, also um $11,47 - 9,83 = 1,64$ Scalentheile. Man wünscht den Zeiger aber auf 10,56 zu bringen, d. h. um $10,56 - 9,83 = 0,73$ Scalentheile zu verschieben. Dazu ist nicht 1 mg, sondern nur $\frac{0,73}{1,64}$ mg $= 0,45$ mg nothwendig, wenn die Verschiebungen, wie hier, proportional den Zusatzgewichten sind. Also ist endlich das gesuchte Gewicht gleich

24,37245 g.

Wie man sieht, setzt dieses Verfahren an Stelle des unsicheren Probirens eine kurze Reihe von wohlbestimmten Operationen und Rechnungen, und darin besteht einer seiner Hauptvorzüge.

Die genaue Bestimmung der Ruhelagen für die Belastungen von 2 und 3 mg erfolgt auf die vorläufige Schätzung hin, dass dies Ruhelagen sind, welche bezw. rechts und links von derjenigen für die unbelastete Waage fallen. Wenn eine der ersteren nahe an die letzte rückt, so kann man sich leicht täuschen, und bei den Schwingungsbeobachtungen finden, dass die Ruhelage für unbelastete Waage nicht zwischen den beiden anderen liegt. Doch ist es in solchen Fällen glücklicherweise nicht nöthig, neue Beobachtungen

anzustellen, man braucht nur bei der Rechnung auf die besondere Sachlage Rücksicht zu nehmen.

Wenn man die Ruhelage des Zeigers bei unbelasteter Waage z. B. bei 11,66 gefunden hätte, während im Uebrigen die Bestimmung genau dieselben Zahlen wie oben ergäben, also:

Gewichte auf der Schale 24,37 g,
Ruhelage des Zeigers für 2 mg 9,83,
„ „ „ „ 3 mg 11,47,

so betrüge das wirkliche Gewicht des Körpers offenbar mehr als 24,373 g. Es fragt sich, welche Bruchtheile eines Milligrammes sind erforderlich, den Zeiger von 11,47 auf 11,66, also um 11,66 — 11,47 = 0,19 Scalentheile zu verschieben. Da ein Milligramm eine Verschiebung von 9,83 auf 11,47, also um 1,64 Scalentheile bewirkt, so würde es den Zeiger auch jenseits von 11,47 um 1,64 Scalentheile verschieben. Zu einer Verschiebung von 0,19 Scalentheilen reicht daher $\frac{0,19}{1,64}$ mg oder 0,12 mg aus. Das Gewicht des Körpers ist folglich

24,37312 g.

Weicht die Ruhelage des Zeigers bei unbelasteter Waage nach der rechten Seite von den beiden anderen ab, so ist die Rechnung auch nicht viel verwickelter. Wir wollen beispielsweise annehmen, der Zeiger stehe bei unbelasteter Waage auf 9,71, bei belasteter Waage geradeso wie früher, nämlich für

2 mg auf 9,83,
3 „ „ 11,47,

dann beträgt das Gewicht des zu wägenden Körpers weniger als 24,372 g. Um den Zeiger von 9,83, seiner Stellung für 24,372 g, auf 9,71 zu führen, müsste man $\frac{9,83-9,71}{11,47-9,83}$ mg, also $\frac{0,12}{1,64} = 0,07$ mg vom Gewichte wegnehmen. Folglich ist das Gewicht des Körpers

24,37193 g.

Rechnungen, ähnlich wie diese, kommen bei vielen physikalischen Bestimmungen vor. Es handelt sich nämlich häufig darum, dass eine Grösse (hier das aufgelegte Gewicht) mit einer anderen (hier die Einstellung auf der Scala) zusammenhängt und für zwei Werthe der einen (die beiden aufgelegten Milligramme) die entsprechenden Werthe der anderen gefunden sind, und dann der Werth der ersten (das Gewicht) für einen weiteren Werth der zweiten (die Einstellung der unbelasteten Waage) gesucht wird. Wenn das dritte Werthepaar zwischen den beiden ersteren liegt,

was wir in dem oben betrachteten Falle zuerst annahmen, bezeichnet man das Verfahren als Interpolation. Liegt das dritte Werthepaar ausserhalb der beiden ersten, wie es oben zuletzt vorausgesetzt wurde, so nennt man den Process Extrapolation. Sowohl die Interpolation als auch die Extrapolation lassen sich mit Zuverlässigkeit nur dann anwenden, wenn das Gesetz, nach welchem die eine Grösse von der anderen abhängt, bekannt ist.

In weitaus den meisten Fällen ist, ebenso wie in unserem obigen Beispiel, die Veränderung der einen Grösse (der Stellung auf der Scala) proportional der Veränderung der anderen Grösse (des Gewichtes) und dann ist stets das angegebene Verfahren anzuwenden.

Empfindlichkeit.

Die Verschiebung der Ruhelage des Zeigers, in Scalentheilen ausgedrückt, bei einseitiger Aenderung der Belastung um 1 mg nennt man Empfindlichkeit. In unserem Beispiel ist diese Grösse, welche bei jeder Wägung eine grosse Rolle spielt, gleich 1,64 und im Allgemeinen liegt sie bei den gebräuchlichen Waagen zwischen 0,8 und 3. Auch für ein und dasselbe Instrument ist die Empfindlichkeit nicht völlig constant, sondern abhängig von der Belastung. Es lässt sich also nicht behaupten, dass weil ein Unterschied von 1 mg in der einseitigen Belastung eine Verstellung des Zeigers um 1,64 Scalentheile veranlasst, wenn auf jeder Waagschale ungefähr 24 g liegen, dies auch der Fall sein würde für eine beiderseitige Belastung von 50 g. Die Empfindlichkeiten pflegen sich z. B. für Belastungen von 5 g und von 50 g, um einige Zehntel von Scalentheilen zu unterscheiden. Nicht immer entspricht einer Zunahme der Belastung eine Abnahme der Empfindlichkeit. Neben der Verschiebung des Schwerpunktes, welche bei dem aus Waagebalken, Schalen und Gewichten bestehenden System durch Aenderung der Gewichte erfolgt, beeinflussen auch Durchbiegungen des Waagebalkens und dergleichen die Empfindlichkeit, so dass deren Veränderungen zuweilen nicht ganz einfach zu erklären sind.

An den meisten Waagen ist übrigens eine Vorrichtung angebracht, um die Empfindlichkeit etwas variiren zu können. Sie besteht gewöhnlich aus einer Schraubenmutter, welche an einer, mitten auf dem Waagebalken befindlichen Schraube auf und ab bewegt werden kann. Durch Verstellen der Schraube wird der Schwerpunkt des Systems verschoben und so die Empfindlichkeit beeinflusst.

Bei der Prüfung einer Waage ist naturgemäss die Untersuchung der Empfindlichkeiten bei verschiedenen Belastungen, von den kleinsten an bis zu den Maximalbelastungen, eine der ersten Operationen. Die gefundenen Werthe sollten bei einer guten Waage nicht zu klein und nicht zu verschieden sein.

Die Empfindlichkeit allein darf freilich durchaus nicht ausschlaggebend sein bei Beurtheilung der Güte einer Waage. Bei Vergrösserung der Empfindlichkeit können leicht die Einstellungen so schwankend und von äusseren Zufälligkeiten abhängig werden, dass damit gar nichts gewonnen ist.

Ungleicharmigkeit der Waage.

Bei der eben beschriebenen, genauen Methode der Wägung ist noch keine Rücksicht auf die Ungleicharmigkeit der Waage genommen. Der gefundene Werth für das Gewicht wird deshalb gewöhnlich noch mit einem Fehler behaftet sein, über dessen Grösse man vor einer besonderen Untersuchung nichts aussagen kann. Ist die Seite des Waagebalkens, die mit den Gewichtsstücken belastet wird, die längere, so hat man zu wenig, ist sie die kürzere, so hat man zu viel auflegen müssen. Die Gewichte, welche einander gleich erscheinen, verhalten sich thatsächlich umgekehrt, wie die Hebelarme, an denen sie wirken. Wäre also das Verhältniss der Arme bekannt, so würde sich auch leicht das richtige Gewicht ergeben.

Das Verhältniss der Arme lässt sich nun folgendermaassen bestimmen. Man nimmt eine sogenannte Doppelwägung vor, bei welcher der zu wägende Körper P einmal auf die rechte und einmal auf die linke Schale gelegt wird. Verhält sich der rechte Arm des Waagebalkens zum linken wie $r : l$, und bringt man den Körper P zunächst auf die linke Waagschale, so muss man, um ihn zu äquilibriren, auf die rechte Seite ein solches Gewicht R bringen, dass die Beziehung erfüllt ist

$$P : R = r : l,$$

oder

$$P = R \cdot \frac{r}{l}. \tag{1}$$

Bringt man dann den Körper P auf die rechte Seite, so muss man auf die Linke Gewichte L bringen derart, dass

$$P : L = l : r,$$

oder

$$P = L \cdot \frac{l}{r} \text{ ist.} \tag{2}$$

Dividirt man die Gleichung 1) durch die Gleichung 2), so ergiebt sich

$$1 = \frac{R}{L} \cdot \frac{r^2}{l^2},$$

folglich ist:

$$\frac{r}{l} = \sqrt{\frac{L}{R}}.$$

Von der Art, den Ausdruck $\sqrt{\frac{L}{R}}$ auszurechnen, soll gleich die Rede sein.

Es ist ganz gleichgültig, was man als Körper P wählt, da es nur darauf ankommt, ein und dasselbe Stück auf beiden Schalen zu wägen. Man kann, wenn es blos auf die Bestimmung der Ungleicharmigkeit bei der Prüfung der Waage ankommt, Gewichtsstücke von 10—50 g nehmen. Handelt es sich dagegen um die Wägung eines bestimmten Körpers mit einem Instrument, dessen Ungleicharmigkeit noch nicht geprüft ist, dann würde es Zeitverschwendung sein, erst durch die Doppelwägung von irgend welchen Gewichtsstücken das Verhältniss der Arme des Waagebalkens festzustellen und darauf den Körper zu wägen. Die Doppelwägung des Körpers genügt hier ja vollständig und man kann sogar zeigen, dass sich dabei das richtige Gewicht ergiebt, ohne vorherige Ausrechnung des Verhältnisses der Hebelarme. Multiplicirt man die Gleichungen 1) und 2), so erhält man nämlich

$$P^2 = RL,$$

demnach ist

$$P = \sqrt{R.L}.$$

Das wirkliche Gewicht des Körpers stellt sich heraus als das geometrische Mittel aus den zur Aequilibrirung bei der Doppelwägung erforderlichen Gewichten.

Die beiden Ausdrücke, welche wir für das Gewicht des Körpers und das Verhältniss der Arme des Waagebalkens gefunden haben, also $\sqrt{\frac{L}{R}}$ und $\sqrt{R.L}$ können für den besonderen Fall, dass wir es mit einer guten Waage zu thun haben, noch umgeformt, und dadurch für die Ausrechnung bedeutend bequemer gestaltet werden. Bei einem sehr sorgfältig gearbeiteten Instrument werden die beiden Seiten des Waagebalkens, und in Folge dessen die Gewichte R und L, nahezu gleich sein. Darauf, dass R und L sich nur um sehr wenig voneinander unterscheiden, lässt sich die Vereinfachung der Rechnungsoperationen gründen.

Es mag betont werden, dass dieser Fall ein Beispiel für eine ganze Klasse von Rechnungsoperationen vorstellt, bei denen stets als charakteristisch das Vorkommen von sehr kleinen Grössen zu betrachten ist. Unter sehr kleinen Grössen müssen, da die Bezeichnung einen Vergleich voraussetzt, solche verstanden werden, die gegen andere, bei derselben Rechnung vorkommende Werthe sehr klein sind. In den Rechnungsoperationen treten gelegentlich die höheren Potenzen der kleinen Grössen auf, und die Vereinfachungen des Verfahrens gründen sich im Allgemeinen darauf, dass diese höheren Potenzen praktisch vernachlässigt werden können.

Speciell in unserem Falle sind die Unterschiede von R und L klein gegen R und L selbst. Die Unterschiede kommen zwar in den Ausdrücken $\sqrt{RL}$ und $\sqrt{\frac{L}{R}}$ nicht explicite vor, doch sieht man gleich nach einigen Umformungen, dass sie thatsächlich darin eine Rolle spielen.

Wir wenden uns zunächst zu $\sqrt{\frac{L}{R}}\left(=\frac{r}{l}\right)$ und kommen später (p. 33) auf $\sqrt{RL}$ zurück. Um die sehr kleine Grösse gesondert einzuführen, verwandeln wir dies in $\sqrt{\frac{R+L-R}{R}} = \sqrt{1+\frac{L-R}{R}}$.

Man hat dann also einen Ausdruck vom Typus $\sqrt{1+\delta}$, worin δ sehr klein ist gegen 1.

Statt $\sqrt{1+\delta}$ direct selbst umzuformen, betrachten wir zunächst nicht die Wurzel aus einem Ausdruck von der Form $1+\delta$, sondern das Quadrat eines solchen, also: $(1+\alpha)^2$ (worin α sehr klein sein soll).

Es ist

$$(1+\alpha)^2 = 1 + 2\alpha + \alpha^2.$$

Handelte es sich nun beispielsweise um die Messung einer Stange von etwa 1 m Länge und wäre $\alpha = \frac{1}{10000}$ m, d. h. $\frac{1}{10}$ mm, so könnte zwar α selbst bei der Messung in Betracht kommen, dagegen nicht α^2, gleich $\frac{1}{100000000}$. Also liesse sich in obiger Gleichung α^2 einfach vernachlässigen und man hätte

$$(1+\alpha)^2 = 1 + 2\alpha.$$

Aus diesem Resultat lässt sich nun leicht erkennen, wie man unter Vernachlässigung von Grössen, die nicht in Betracht kommen, auch den Ausdruck $\sqrt{1+\delta}$, wo δ eine sehr kleine Zahl ist, in einfacher Weise umformen kann. Zieht man nämlich aus beiden Seiten der letzten Gleichung die Wurzel aus, so erhält man

$$1 + \alpha = \sqrt{1 + 2\alpha}.$$

2α hat hier blos die Bedeutung einer sehr kleinen Grösse, des Doppelten von α. Für 2α kann man daher δ setzen; dann ist $\alpha = \frac{\delta}{2}$, und es wird

$$\sqrt{1+\delta} = 1 + \frac{\delta}{2}.$$

Den rechnerischen Gebrauch dieser Gleichung erkennt man am besten aus einem Beispiel. Es sei $\sqrt{1{,}00014}$ auszurechnen. Nach dem gewöhnlichen Verfahren würde hierzu immerhin einige Zeit erforderlich sein, und bei Anwendung einer 5 stelligen Logarithmentafel kann die fünfte Stelle sogar etwas unsicher werden. Bedenkt man dagegen, dass $1{,}00014 = 1 + 0{,}00014$ ist, und betrachtet $0{,}00014$ als δ, so ist der gesuchte Werth $\left(= 1 + \frac{\delta}{2}\right) = 1 + \frac{0{,}00014}{2} = 1{,}00007$. Die Abweichung dieser Zahl von der genau richtigen würde erst erkennbar werden, wenn wir den Werth noch auf mehrere weitere Decimalen hin angäben, also sicher nur in den seltensten Fällen von irgendwelcher Bedeutung sein. Man sieht daraus, wie durch Benutzung der obigen Gleichung, und mittelst einer Rechnung, die so einfach ist, dass sie im Kopfe gemacht werden kann, hier ein in Bezug auf die in Betracht kommenden Stellen mindestens ebenso genauer Werth erhalten wird, wie mit fünfstelligen Logarithmen.

Auch wenn die Wurzel aus einer Zahl ausgezogen werden soll, die sehr wenig kleiner ist als 1, lässt sich das abgekürzte Verfahren anwenden. Die Ableitung der zu benutzenden Formel ist ganz gleich der obigen. Man braucht blos $-\alpha$ und $-\delta$ an die Stelle von $+\alpha$ bezw. $+\delta$ zu setzen. Dann wird

$$\sqrt{1-\delta} = 1 - \frac{\delta}{2}.$$

Ist also z. B. $\sqrt{0{,}99992}$ auszurechnen, so kann man das Resultat sofort als $0{,}99996$ hinschreiben (denn $\sqrt{0{,}99992} = \sqrt{1 - 0{,}00008}$, also $\delta = 0{,}00008$ und $1 - \frac{\delta}{2} = 0{,}99996$).

Wie gesagt, ist der Unterschied der Arme an besseren Waagen in der Regel so gering, dass man bei Ausrechnung des Verhältnisses der Waagebalkenarme auf Ausdrücke, wie $\sqrt{1+\delta}$ und $\sqrt{1-\delta}$, stösst.

Ein Beispiel mag noch specieller die Bestimmung des Verhältnisses der Arme einer Waage erläutern.

Wenn man den bei der Wägung angewandten Körper auf die rechte Schale legt und nach der oben beschriebenen Methode wägt, findet man das Gewicht, also L, gleich 24,84513 g. Bringt man

den Körper dagegen auf die linke Schale, so bestimmen sich die auf die rechte zu setzenden Gewichte R, die ihn äquilibriren würden, zu 24,84356 g.

Wie wir oben gesehen haben, ist $\frac{r}{l} = \sqrt{\frac{L}{R}} = \sqrt{1 + \frac{L-R}{R}}$. Wenn L und R nahezu gleich sind, so wird $\frac{L-R}{R}$ eine sehr kleine Grösse und wir können den letzten Ausdruck umwandeln in $1 - \frac{L-R}{2R}$. Setzen wir die angegebenen Werthe für R und L ein, dann erhalten wir

$$\frac{r}{l} = 1 + \frac{0{,}00157}{2 \times 24{,}84356}.$$

Bei der Ausrechnung der kleinen Grösse, welche hier von 1 abzuziehen ist, erinnern wir uns an das, was früher bezüglich übertriebener Ausführlichkeit bei Rechnungen gesagt wurde. Die Zahl über dem Bruchstrich bedeutet 1,57 mg. Selbst bei feineren Messungen wird man das Hundertstel eines Milligrammes nicht als sicher betrachten. Es ist demnach der Nenner nur auf zwei Stellen genau bekannt und in der dritten mit einer Unsicherheit von einigen Einheiten. Es hat daher nicht den geringsten Zweck, den Nenner mit allen angegebenen Stellen in die Rechnung einzuführen, denn wir würden dadurch doch nicht erreichen, den Werth des Bruches noch auf ein Tausendstel zuverlässig zu erhalten, solange der Zähler um einige Procente falsch sein kann. Der Nenner wird in diesem Fall also nur mit drei Stellen in die Rechnung einzuführen sein, und wir haben:

$$\frac{r}{l} = 1 + \frac{0{,}00157}{2 \times 24{,}8} = 1{,}0000317.$$

Damit ist wohl genug gesagt über die Umformung und Ausrechnung des Ausdruckes $\sqrt{\frac{L}{R}}$, und wir wenden uns zurück zur Behandlung von $\sqrt{RL}$, dem Ausdruck für das Gewicht, wobei wir abermals die Voraussetzung machen wollen, dass L und R nahezu gleich seien. Nachdem für $\sqrt{\frac{L}{R}}$ unter geeigneten Vernachlässigungen die Form $1 + \frac{L-R}{2R}$ gefunden wurde, lässt sich leicht auch $\sqrt{RL}$ für die Ausrechnung bequem umgestalten. Ist nämlich

$$\sqrt{\frac{L}{R}} = 1 + \frac{L-R}{2R},$$

so wird

$$\sqrt{RL} = R\sqrt{\frac{L}{R}} = R\left(1 + \frac{L-R}{2R}\right) = \frac{R+L}{2}.$$

Wir haben also den Satz, dass das geometrische Mittel ($\sqrt{RL}$) von zwei Grössen (R und L), die sich nur sehr wenig unterscheiden, unter geeigneten Vernachlässigungen, gleich ist dem arithmetischen Mittel $\frac{R+L}{2}$ aus diesen Grössen.

Wenn daher die bei der Doppelwägung eines Körpers auf beiden Waagschalen gefundenen Gewichte, wie in unserem Beispiel $R = 24{,}84356$ g und $L = 24{,}84513$ g sind, so ist das richtige Gewicht P mit hinreichender Annäherung $= \frac{24{,}84356 + 24{,}84513}{2} = 24{,}84435$ g.

Der Fall, den wir betrachtet haben, ist hinsichtlich der Abweichung der beiden Wägungen durchaus nicht übertrieben. Wir fanden den richtigen Werth für das Gewicht um etwa $\frac{8}{10}$ mg verschieden von den Resultaten der Einzelwägung auf der rechten bezw. der linken Waagschale. Der Betrag der Abweichung übertrifft die Fehler, welche man bei sonst sorgfältigen Beobachtungen macht, derart, dass man stets bei Wägungen der Ungleicharmigkeit der Waage als einer wichtigen Fehlerquelle gedenken sollte.

Man könnte hiernach meinen, Doppelwägungen müssten bei jeder feineren Bestimmung vorgenommen werden. Das ist nun doch nicht der Fall. Es wäre sogar dadurch bei vielen Aufgaben keine merkbare Erhöhung der Genauigkeit zu erzielen, vorausgesetzt freilich, dass die gewöhnlichen Wägungen unter Beachtung gewisser Regeln geschehen, die wegen der Ungleicharmigkeit der Waage geboten erscheinen.

Meistens werden nämlich bei physikalischen und chemischen Aufgaben die Verhältnisse von Gewichten zu einander gesucht, nicht die Gewichte selbst. Sowohl bei der Bestimmung der specifischen Gewichte wie bei chemischen Analysen handelt es sich z. B. um Gewichtsverhältnisse. Wenn nun die sämmtlichen Wägungen auf demselben Instrument geschehen, und stets die Gewichtsstücke auf dieselbe Seite gelegt werden, so sind zwar alle gefundenen Werthe fehlerhaft, jedoch alle gleich den richtigen Zahlen, multiplicirt mit demselben Factor, (dem Verhältniss der Waagebalken). Man wird daher durch Division zweier so gefundenen Werthe genau dasselbe Resultat erhalten, wie durch Division der entsprechenden corrigirten Werthe. Die Correctur hat hier also gar keinen Sinn.

Ganz anders verhielte sich dagegen die Sache, wenn man zwei Gewichte, auf deren Verhältniss es ankommt, entweder auf verschiedenen Waagen oder auf derselben Waage, aber mit verschie-

dener Benutzung der Schalen, ermitteln wollte. Im einen wie im anderen Falle könnte die Ungleicharmigkeit des Waagebalkens recht merkbare Fehler verursachen. Nehmen wir z. B. an, man habe zwei Gewichte durcheinander zu dividiren, welche beide etwa 24 g betragen, und man benutze ein Instrument, das wie in dem früher gewählten Beispiel einen Fehler von + 0,8 mg (auf 24 g) ergiebt, wenn man die Gewichte auf die eine Waagschale setzt, und einen Fehler von — 0,8 mg zeigt, wenn man sie auf die andere Schale bringt. Dann würde bei Verwendung verschiedener Schalen für die beiden Wägungen und unter der vereinfachenden Annahme, dass die beiden zu wägenden Körper genau gleich schwer seien, das Verhältniss von deren Gewichten statt 1, gleich $\frac{24,0008}{23,9992} = 1,000067$ werden.

Fehler von derselben Grössenordnung kann man natürlich auch machen, wenn man verschiedene Waagen für die beiden Wägungen benutzt.

Im Verhältniss zu dem Resultat kann der Fehler, welchen die Ungleicharmigkeit der Waagen verursacht, noch viel beträchtlicher werden, wenn es sich nicht um das Verhältniss, sondern um die Differenz zweier Gewichte handelt. In dem obigen Beispiel fand man 1,000067 statt 1. Das bedeutet immerhin blos einen Fehler von $\frac{67}{1000000}$ des gesuchten Werthes. Nimmt man dagegen bei Bestimmung des Unterschiedes zweier Gewichte nicht die gehörige Rücksicht auf die Ungleicharmigkeit der Waage, so kann der Fehler vielmal grösser als der richtige Werth, ja das gefundene Resultat kann sogar ganz sinnlos sein.

Die Aufgabe sei z. B. die Ermittelung der aus einem kleinen Gefäss in bestimmter Zeit verdampften Flüssigkeitsmenge. Das Gefäss mit dem Wasser wiege anfangs 30,56438 g und nehme thatsächlich durch Verdampfung um 1,23 mg an Gewicht ab. Die erste Wägung mag nun an einer Waage derart geschehen, dass der Werth um 1 mg kleiner ist, als der richtige, während die zweite Wägung auf demselben Instrument, aber mit Benutzung der anderen Schale für die Gewichte, stattfindet. Dann ist das Resultat der zweiten Bestimmung um 1 mg zu gross, und wir würden aus unseren Beobachtungen schliessen, dass das Gewicht nicht um 1,23 mg abgenommen hätte, sondern um 2 — 1,23 = 0,77 mg gewachsen wäre. Dasselbe ganz falsche Ergebniss hätten die Messungen auch haben können, wenn für die zweite

Wägung eine andere Waage benutzt worden wäre als für die erste.

In der richtigen Weise würde man auch bei diesen Differenzbestimmungen so verfahren, dass zu beiden Wägungen die Gewichte auf dieselbe Schale derselben Waage gelegt werden. Handelt es sich um eine kleine Differenz, wie in unserem Beispiele, dann würde die Ungleicharmigkeit der Waage, welche, genau genommen, allerdings das Resultat beeinflussen müsste, praktisch gar nicht mehr zu berücksichtigen sein. Denn die gefundene Differenz der Gewichte steht zu der richtigen in Folge der Ungleicharmigkeit der Waage in demselben Verhältniss, wie die gefundenen Gewichte selbst zu ihren richtigen Werthen. Während aber eine Abweichung von circa 1 mg auf 20—30 g, wie man solche bei einseitiger Wägung auf feineren Waagen erhält, durchaus noch in Betracht gezogen werden muss, würde es keinen Sinn haben, die entsprechende Abweichung, nämlich $\frac{1}{20000}$ bis $\frac{1}{30000}$ des Betrages, für Grössen wie 1,23 mg noch ermitteln und in Rechnung setzen zu wollen.

Anders verhält es sich, wenn die zu bestimmende Differenz von Gewichten eine beträchtlichere Grösse erreicht. Dann wird es nothwendig sein, Doppelwägungen vorzunehmen, falls man die höchste Genauigkeit erstrebt. Es gelten dann eben wieder die gleichen Grundsätze wie auch sonst bei Wägungen.

Fassen wir noch einmal kurz das zusammen, was über die Berücksichtigung der Ungleicharmigkeit der Waage bei speciellen Aufgaben gesagt wurde, so beläuft es sich etwa auf Folgendes.

Erfordert die Aufgabe die Bestimmung des Verhältnisses von zwei Gewichten, so sind Doppelwägungen vollständig überflüssig, vorausgesetzt nur, dass immer dieselbe Seite derselben Waage für die Gewichte benutzt wird.

Soll die Differenz zweier Gewichte gemessen werden, und ist diese Differenz von der Grössenordnung von einigen Grammen oder mehr, so gelten für die Wägung dieselben Regeln wie sonst. Für die grösste Genauigkeit sind Doppelwägungen oder die Ermittelung des Verhältnisses der Waagebalken erforderlich. Ist dagegen die Differenz klein, etwa gleich einigen Milligrammen oder Centigrammen, so kann man sich wieder darauf beschränken, die zu wägenden Körper auf dieselbe Waagschale derselben Waage zu bringen, man hat aber die unsinnigsten Resultate zu erwarten, wenn man dies unterlässt.

Im Allgemeinen wird ja die Befolgung der angegebenen Regeln sich schon dadurch ergeben, dass man nur eine Waage zur Verfügung hat, und daran gewöhnt ist, immer die eine Seite für die Gewichte zu verwenden. Doch kommt auch nicht selten der Fall vor, dass man in dem Waagezimmer eines Institutes die Waage, welche man früher benutzt hat, von anderen besetzt findet. Dann ist es wichtig, sich zu überlegen, welche Folgen ein Wechsel des Instrumentes in dem speciellen Falle haben kann.

Der Gewichtssatz und seine Prüfung.

Um zuverlässige Wägungen anzustellen, ist nicht blos ein gutes Instrument und genaue Kenntniss seiner Eigenschaften, sondern auch ein geprüfter Gewichtssatz nöthig. Die Methode zur Untersuchung von Gewichtssätzen hat um so mehr Bedeutung, als die einzelnen Stücke durch den Gebrauch erheblich verändert werden können, und man daher im Stande sein sollte, gelegentlich selbst die Prüfung eines Satzes vorzunehmen.

Mit einer Abnutzung der Gewichte muss man stets rechnen, auch wenn durch ihre Herstellung und Behandlung alles geschehen ist, um sie dauerhaft zu machen und unverändert zu erhalten. Die feineren Messinggewichte sind in der Regel vergoldet, zuweilen nur vernickelt, die Bruchgewichte (Stücke von 0,5 g und weniger) werden meistens aus Platin angefertigt, um ihnen grössere Widerstandsfähigkeit zu verleihen. Nie sollte man die Stücke anders, als mittelst der Pincette anfassen.

Die Prüfung der Gewichte hat wesentlich zweierlei festzustellen. Zunächst: Welches ist die gegenseitige Beziehung der verschiedenen Stücke des Satzes, um wieviel weicht z. B. ein Grammstück von dem anderen ab, oder ein Zweigrammstück von der Summe zweier Grammstücke, und dann: welches sind die Fehler der Stücke, verglichen mit den entsprechenden eines Normalgewichtssatzes? Wenn der erste Theil der Aufgabe erledigt, also das Verhältniss der Gewichtsstücke untereinander bestimmt ist, so erfordert der zweite nur den Vergleich eines einzigen Stückes mit dem entsprechenden Normalgewicht. In vielen Fällen kommt es übrigens auch auf den absoluten Werth der Stücke gar nicht an, sondern allein auf ihre Beziehung zu den anderen Gewichten des Satzes, und es genügt dann vollständig der erste Theil der Prüfung. Das gilt beispielsweise für Bestimmungen des specifischen Gewichtes und für chemische Analysen.

Wir wenden uns zuerst zu dem Vergleich der Stücke unter sich.

Durch irgendwelche Merkmale, eventuell blos durch die Stellung zu einander, unterscheidet man die verschiedenen Gewichtsstücke derselben Benennung und bezeichnet im Beobachtungsjournal beispielsweise die Grammgewichte als 1_1, 1_2 und 1_3, die Zehngrammstücke als 10_1, 10_2 u. s. w. Dann vergleicht man durch Doppelwägungen das Stück von 50 g einerseits mit den Stücken 20, 10_1, 10_2, 5, 2, 1_1, 1_2, 1_3 zusammen andererseits. Dabei möge man finden, dass ersteres um das kleine Gewicht A schwerer ist als die Summe der anderen. Also:

$$50 = 20 + 10_1 + 10_2 + (5 + 2 + 1_1 + 1_2 + 1_3) + A$$

Ebenso finde man, dass

$$\begin{aligned} 20 &= 10_1 + 10_2 && + B \\ 10_2 &= 10_1 && + C \\ (5 + 2 + 1_1 + 1_2 + 1_3) &= 10_1 && + D \end{aligned}$$

ist, d. h. es muss z. B. den Stücken 10_1 und 10_2 noch das kleine Gewicht B hinzugefügt werden, damit sie dem 20-Gramm-Stück das Gleichgewicht halten u. s. f.

Nach diesen Messungen sind wir im Stande, die Beziehung zwischen den Gewichten 50, 20, 10_1, 10_2 und den als ein Ganzes zusammengefassten 5, 2, 1_1, 1_2, 1_3 zu finden. Zunächst kann man nämlich leicht durch 10_1 und die Zusatzgewichte alle anderen ausdrücken. Addirt man sämmtliche so ausgedrückte Stücke und nimmt an, dass wenigstens die Summe das wiegt, was sie sollte, also 100 g, dann bestimmt sich zuerst die Correction, welche man an 10_1 anbringen muss. Es ergiebt die Summe der durch 10_1 und die Zusatzgewichte A, B, C . . . ausgedrückten Werthe für 50, 20, 10_1, 10_2 und $(5 + 2 + 1_1 + 1_2 + 1_3)$

$$10 \,.\, 10_1 + A + 2B + 4C + 2D$$

und dies soll 100 g sein. Also

$$10 \,.\, 10_1 + A + 2B + 4C + 2D = 100 \text{ g}.$$

Bezeichnet man $\frac{A + 2B + 4C + 2D}{10}$ als S, so wird

$$10_1 + S = 10 \text{ g}$$

oder

$$10_1 = 10 - S \text{ Gramm},$$

und S ist die Correction, welche für das Stück 10_1 anzusetzen ist.

Da wir mittelst der ursprünglichen Gleichungen oben die Werthe der anderen Stücke durch 10_1 und die Zusatzgewichte ausgedrückt

hatten oder leicht ausdrücken können, so sind damit auch die Correctionen für die übrigen Stücke gegeben. Es gelten

die Stücke:	Gramm:
10_1	$10 - S$
10_2	$10 - S + C$
$(5 + 2 + 1_1 + 1_2 + 1_3)$	$10 - S + D$
20	$20 - 2S + B + C$
50	$50 - 5S + A + B + 2C + D = 50 + \frac{A}{2}$.

Nun wenden wir uns zu den einzelnen, kleineren Gewichten $5, 2, 1_1, 1_2$ und 1_3, die wir bisher nur zusammen als ein Ganzes betrachtet haben. Ihre Beziehungen untereinander werden nach ganz demselben Schema festgestellt, wie vorher diejenigen der grösseren Gewichte. Die folgenden Gleichungen stellen also das Resultat von Wägungen dar, durch welche die Stücke unter sich verglichen werden.

$$\begin{aligned} 5 &= 2 + 1_1 + 1_2 + 1_3 + a \\ 2 &= 1_1 + 1_2 + b \\ 1_2 &= 1_1 + c \\ 1_3 &= 1_1 + d. \end{aligned}$$

Auf Grund dieser Bestimmungen werden wir wieder zunächst alle einzelnen Stücke und dann ihre Gesammtheit durch 1_1 und die Zusatzgewichte a, b, c, d ausdrücken. Der Fehler, den die Stücke $5, 2, 1_1, 1_2$ und 1_3, alle zusammengenommen, besitzen, war aber schon oben festgestellt worden $(S—D)$. Wir können demnach leicht auch die Correction von 1_1 berechnen. Sie beträgt

$$s = \frac{a + 2b + 4c + 2d + S - D}{10}.$$

Die Form von s stimmt nicht genau mit der von S überein. Das rührt daher, dass wir erst annahmen, wenigstens die Summe der grösseren Gewichte 50, 20 u. s. w. sei so schwer, wie es der Nennwerth, 100 g, andeutet, dagegen konnten wir dann nicht mehr die entsprechende Annahme für die Summe der Gewichte $5, 2, 1_1$ u. s. w. machen, da sich ausdrücklich ein bestimmter Fehler für diese Summe herausgestellt hatte. Nachdem der Fehler von 1_1 bekannt ist, lassen sich die Correctionen der Stücke $5, 2, 1_2$ und 1_3 mit Hülfe der Gleichungen berechnen, welche die Beziehung zwischen 1_1 und den genannten Stücken ergaben. Stellt man wieder den einzelnen Stücken ihren Werth in Grammen gegenüber, so entspricht

das Stück:	Gramm:
1_1	$1 - s$
1_2	$1 - s + c$
1_3	$1 - s + d$
2	$2 - 2s + b + c$
5	$5 - 5s + a + b + 2c + d.$

Für die Gruppe der Bruchgewichte, d. h. die Stücke 0,5, 0,2, $0{,}1_1$, $0{,}1_2$, $0{,}1_3$ wiederholt man dieselben Operationen. Der Vergleich der Stücke unter sich geschieht genau wie bei der vorigen Reihe, und die Beziehung zu den schon geprüften Gewichten erledigt sich durch den Vergleich aller zusammengenommenen Bruchgewichte mit dem Stück 1_1, dessen richtigen Werth man schon kennt. Hat man durch letztere Wägung gefunden, dass $0{,}5 + 0{,}2 + 0{,}1_1 + 0{,}1_2 + 0{,}1_3$ zusammen nicht einem Gramm, sondern $1 + \varphi$ Gramm entsprechen und ergaben sich die Beziehungen zwischen den einzelnen Stücken als

$$\begin{aligned} 0{,}5 &= 0{,}2 + 0{,}1_1 + 0{,}1_2 + 0{,}1_3 + \alpha \\ 0{,}2 &= 0{,}1_1 + 0{,}1_2 + \beta \\ 0{,}1_2 &= 0{,}1_1 + \gamma \\ 0{,}1_3 &= 0{,}1_1 + \delta, \end{aligned}$$

führt man endlich zur Abkürzung die Bezeichnung ein

$$\sigma = \frac{\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - \varphi}{10},$$

so ergeben sich für die untersuchten Stücke die im Folgenden daneben gesetzten Werthe in Grammen.

Stück:	Gramm:
$0{,}1_1$	$0{,}1 - \sigma$
$0{,}1_2$	$0{,}1 - \sigma + \gamma$
$0{,}1_3$	$0{,}1 - \sigma + \delta$
0,2	$0{,}2 - 2\sigma + \beta + \gamma$
0,5	$0{,}5 - 5\sigma + \alpha + \beta + 2\gamma + \delta.$

Bei dem Vergleich der kleinen Gewichte sind übrigens Doppelwägungen im Allgemeinen nicht nothwendig.

Damit wären nun die Correctionen gefunden, durch welche der Gewichtssatz in sich abgeglichen wird. Für eine Reihe von Aufgaben genügt das. Andere erfordern eine Kenntniss nicht blos des relativen, sondern auch des absoluten Werthes der Gewichte. Dazu ist es, wenn die Stücke vorher miteinander verglichen wurden, nur nothwendig, den Unterschied zwischen irgend einem derselben und einem entsprechenden Normalgewicht festzustellen. Mit Vor-

theil nimmt man statt eines einzelnen Gewichtes die Gesammtheit von denen, welche dem Nennwerthe nach 100 g ausmachen, und wägt sie gegen ein Normalgewicht von 100 g ab. Bei der obigen Untersuchung wurde angenommen, dass diese Gesammtheit von Stücken als solche das richtige Gewicht besitze. Jetzt lässt man die Annahme fallen und hat dementsprechend auch in der Rechnung bei den Correctionen der einzelnen Stücke auf die gefundene Abweichung Rücksicht zu nehmen. Wie man das thun muss, geht eigentlich schon aus dem Verfahren bei den Gruppen von 5 bis 1 g und von 0,5 bis 0,1 g hervor, wo ebenfalls vorausgesetzt wurde, dass das Gesammtgewicht der Stücke einer Gruppe nicht genau dem Nennwerthe gleich sei. Hat man gefunden, dass die Stücke 50, 20, 10_1, 10_2, $(5 + 2 + 1_1 + 1_2 + 1_3)$ zusammen $100 + \Phi$ richtigen Grammen entsprechen, so ist in den obigen Formeln nur für S der Ausdruck $\frac{A + 2B + 4C + 2D - \Phi}{10}$ zu setzen.

Reduction der Wägung auf den luftleeren Raum.

Nachdem man in der angegebenen Weise diejenigen Fehler der Wägung beseitigt hat, welche ihre Ursache in der Ungleicharmigkeit der Waage oder in der Ungenauigkeit der Gewichte haben, ist noch eine Correction nothwendig mit Rücksicht darauf, dass die Wägung in der Luft und nicht im luftleeren Raum erfolgt.

Wenn ein Körper vom specifischen Gewicht s, in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewicht s_1 hängend, gewogen wird, so würde sein Gewicht um den Auftrieb verkleinert werden. Der Auftrieb a verhält sich zum Gewicht M wie s_1 zu s, folglich ist

$$a = \frac{s_1}{s} M.$$

Statt M wirkt an der Waage nur

$$M - \frac{s_1}{s} M = M\left(1 - \frac{s_1}{s}\right).$$

Dasselbe gilt für die Gewichte m, falls auch sie sich in der Flüssigkeit befinden. Ist ihr specifisches Gewicht δ, so wirken sie nicht mit voller Kraft, sondern blos als

$$m - \frac{s_1}{\delta} m = m\left(1 - \frac{s_1}{\delta}\right).$$

Bei der Wägung in Luft wird demgemäss nur die Gleichheit der, um den Auftrieb verminderten Gewichte festgestellt. Das heisst, wenn mit λ die Dichte der Luft bezeichnet wird, so ist

$$M\left(1 - \frac{\lambda}{s}\right) = m\left(1 - \frac{\lambda}{\delta}\right).$$

Daraus folgt für das richtige Gewicht M

$$M = m\,\frac{1 - \frac{\lambda}{\delta}}{1 - \frac{\lambda}{s}},$$

ein Ausdruck, den wir gleich noch etwas umformen werden. Die Dichte der Luft ist abhängig von der Temperatur und dem atmosphärischen Druck, sowie auch von dem Feuchtigkeitsgehalt. Jedoch genügt es im Allgemeinen, wenn man im Bereich der gewöhnlichen Zimmertemperaturen, Barometerstände und Feuchtigkeiten

$$\lambda = 0{,}0012$$

setzt.

Mit Rücksicht darauf, dass λ klein ist im Vergleich zu den specifischen Gewichten δ und s, mit denen man es gewöhnlich zu thun hat, lässt sich der Ausdruck für M noch bequemer zur Rechnung gestalten. Es handelt sich hier wieder um dieselbe Art von Umformungen, wie wir sie schon bei der Bestimmung der Ungleicharmigkeit der Waage und den damit zusammenhängenden Correctionen kennen gelernt haben. In der Formel

$$M = m\,.\,\frac{1 - \frac{\lambda}{\delta}}{1 - \frac{\lambda}{s}}$$

enthält der Bruch $\left(1 - \frac{\lambda}{\delta}\right)\Big/\left(1 - \frac{\lambda}{s}\right)$ die im Verhältniss zu 1 kleinen Grössen $\frac{\lambda}{\delta}$ und $\frac{\lambda}{s}$. Wir bezeichnen letztere beziehungsweise als α und β und schreiben den Quotienten in der Form

$$(1 - \alpha)\,\frac{1}{1 - \beta}.$$

Wenn β so klein ist, dass man β^2 in den Rechnungen vernachlässigen darf, kann man setzen:

$$\frac{1}{1 - \beta} = 1 + \beta.$$

Diese Gleichung gilt nur in dem besagten Falle, denn aus ihr folgt durch beiderseitige Multiplication mit $(1 - \beta)$

$$1 = (1 + \beta)\,(1 - \beta) = 1 - \beta^2,$$

was blos richtig ist, wenn man β^2 gegen 1 vernachlässigen kann.

Der Ausdruck $(1 - \alpha) \frac{1}{1 - \beta}$ darf also unter unseren Voraussetzungen geschrieben werden

$$(1 - \alpha)(1 + \beta).$$

Führt man die Multiplication aus, so erhält man

$$1 - \alpha + \beta - \alpha\beta.$$

Wenn sowohl α wie β Grössen sind, deren Quadrate gegen 1 vernachlässigt werden können, dann kommt auch das Product $\alpha\beta$ neben $1 - \alpha + \beta$ nicht in Betracht, und folglich ist

$$(1 - \alpha) \frac{1}{1 - \beta} = 1 - \alpha + \beta.$$

Dies auf den ursprünglichen Ausdruck

$$M = m \frac{1 - \frac{\lambda}{\delta}}{1 - \frac{\lambda}{s}} = m \left(1 - \frac{\lambda}{\delta}\right) \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{s}}$$

angewandt, ergiebt

$$M = m \left(1 - \frac{\lambda}{\delta} + \frac{\lambda}{s}\right),$$

eine Formel, welche zur Ausrechnung geeigneter ist als die frühere.

Der Betrag, um welchen das bei der Wägung in Luft gefundene Gewicht vergrössert werden muss, um das Gewicht im luftleeren Raum zu ergeben, ist beispielsweise für ein circa 20 g schweres Quarzstück (vom specifischen Gewicht 2,65), das mit Messinggewichten (vom specifischen Gewicht 8,4) verglichen wird, ungefähr 6 mg.

Eine Vernachlässigung solcher Correction kann sowohl bei chemischen Analysen wie bei anderen Bestimmungen merkbare Fehler verursachen.

Bestimmung von Volumen und Längen mittelst Wägung.

In vielen Fällen kann man bei der Bestimmung von Volumen eine weit grössere Genauigkeit erreichen, wenn man indirecte, auf Wägung gegründete Methoden anwendet, als wenn man Messcylinder oder dergleichen benutzt. Um z. B. den Inhalt v eines Hohlgefässes zu ermitteln, füllt man es mit Wasser, Quecksilber oder einer anderen Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht s bekannt ist, und wägt die dabei verwandte Menge. Das Gewicht g ist gleich dem Product von Volum und specifischem Gewicht

$$g = v.s,$$

also ist

$$v = \frac{g}{s}.$$

Am meisten wird bei solchen Messungen entweder Wasser oder Quecksilber benutzt. Die specifischen Gewichte beider sind für alle Temperaturen sehr genau bekannt, und in der Regel muss bei feineren Bestimmungen auf die Veränderung der Dichte mit der Temperatur Rücksicht genommen werden. Die Dichten des Wassers sind von Grad zu Grad in der Tabelle angegeben.

Dichtigkeit des Wassers.

Im Mittel nach Despretz, Hagen, Hallström, Jolly, Kopp, Matthiessen, Pierre, Rossetti. (Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik. 7. Aufl. p. 405.)

Temperatur	Dichtigkeit	Differenz
0°	0,99988	+ 5
1	0,99993	+ 4
2	0,99997	+ 2
3	0,99999	+ 1
4	1,00000	— 1
5	0,99999	— 2
6	0,99997	— 4
7	0,99993	— 5
8	0,99988	— 6
9	0,99982	— 8
10	0,99974	— 9
11	0,99965	— 10
12	0,99955	— 12
13	0,99943	— 13
14	0,99930	— 15
15	0,99915	— 15
16	0,99900	— 16
17	0,99884	— 18
18	0,99866	— 19
19	0,99847	— 20
20	0,99827	— 21
21	0,99806	— 22
22	0,99784	— 23
23	0,99761	— 23
24	0,99738	— 25
25	0,99713	— 25
26	0,99688	— 27
27	0,99661	— 27
28	0,99634	— 28
29	0,99606	— 29
30	0,99577	

Das specifische Gewicht s_t des Quecksilbers bei der Temperatur t^0 berechnet sich aus demjenigen bei 0^0 (13,596) nach der Formel

$$s_t = 13{,}596\ (1 - 0{,}000181\ t),$$

worin 0,000181 der (cubische) Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers ist.

Calibriren von Messgefässen, die mit Theilungen versehen sind.

Sehr häufig kommen in der messenden Physik die Aufgaben vor, getheilte Röhren, Mensuren, Pipetten, Buretten zu calibriren. Man wendet dabei fast immer das Verfahren an, die Gefässe mit Flüssigkeit zu füllen, letztere zu wägen und mit Benutzung ihres specifischen Gewichtes das Volumen zu berechnen. Vielfach wird zur Füllung namentlich grösserer Gefässe Wasser genommen, wo es aber auf schärfere Bestimmungen ankommt, zieht man wegen des hohen specifischen Gewichts (13,6) Quecksilber vor. Es ergiebt sich ja, dass die Werthe für das Volumen 13,6 mal genauer ausfallen, wenn man bei sonst gleicher Sorgfalt Quecksilber an Stelle von Wasser benutzt, und die Wägung bis zur selben absoluten Genauigkeitsgrenze vornimmt (also z. B. beidemale bis auf die Milligramme), weil ein Volumen Quecksilber 13,6 mal mehr wiegt, als dasselbe Volumen Wasser.

Namentlich wenn Wasser benutzt wird, ist es wünschenswerth, dasselbe in dem Gefäss zu wägen, dessen Volumen bestimmt werden soll, weil man die Flüssigkeit schwer wieder vollständig aus demselben in ein anderes Gefäss hinüber bringen kann.

Um ein getheiltes Gefäss zu calibriren oder derart auszuwerthen, dass man angeben kann, welches Volumen jeder Theilstrich anzeigt, verfährt man folgendermaassen. Man stellt sich aus einem unten gerundet zugeschmolzenen (Schnitt in der Fig. 4) und oben am Rande eben abgeschliffenen Glasröhrchen ein Maass her, das im Verhältniss zum anderen recht klein sein muss, also etwa $\frac{1}{10}$ - $\frac{1}{20}$ des Volumens fasst, wie jenes. Dieses kleine Gefäss befestigt man in einer Handhabe, die einfach aus einem durchbohrten Brettchen oder einem durchlochten Kork bestehen kann. Auf die obere Fläche eines Scheibchens von Spiegelglas, das etwas grösser ist als die Oeffnung der Röhre, wird gleichfalls mit Siegellack eine Handhabe, etwa ein Glasstäbchen gekittet. Giesst man nun in das Röhrchen Quecksilber, bis dessen Kuppe etwas über den Rand emporragt, so kann

Fig. 4.

man durch Abstreichen mit der Glasscheibe stets genau dieselbe Füllung des Röhrchens erzielen. Doch hat man vor dem Abstreichen dafür zu sorgen, dass keine Luftblasen mehr an den Wandungen der Röhre haften. Letzteres geschieht mit einer Gänsefeder, deren Fahne bis auf ein kurzes Stück am Ende des Kiels abgerissen ist.

In der Regel bestehen die getheilten Messgefässe aus einem annähernd cylindrischen Theil und einem weniger regelmässig geformten Theil am Boden. Die Scala beginnt auch meistens erst etwas oberhalb des Bodens.

Die Methode der Calibrirung besteht darin, dass man eine Füllung des Strichgefässes nach der anderen in das auszuwerthende Messgefäss giesst, jedesmal nach Entfernung der am Glase haftenden Luftblasen eine Ablesung an der Stelle vornimmt, bis zu welcher die Füllung reicht, und zum Schluss durch Wägung einer grösseren Anzahl von Füllungen des Strichmaasses, dessen Volumen bestimmt. Man besitzt dann die Volumenwerthe an einer ganzen Reihe von Stellen der Scala, kann also durch Interpolation (vergl. p. 27—28) auch den Rauminhalt für dazwischenliegende Scalentheile ermitteln.

Wenn man sich mit geringerer Genauigkeit begnügen darf, so bestimmt man nur zwei Grössen, nämlich den Volumenwerth v_1 des Bodens des Gefässes bis zu einem Theilstriche a der Scala, von wo an die Röhre als cylindrisch angesehen werden kann, in der Figur würde man den Theilstrich 0 wählen, und den Rauminhalt v zwischen einem Theilstrich und dem nächsten, innerhalb des cylindrischen Bereiches. Zu diesem Zwecke giesst man erst soviel Füllungen des Abstrichgefässes in das Messgefäss, dass man die erste Ablesung (bei b) oberhalb a machen kann, und zählt sowohl die Anzahl der dazu nothwendigen Füllungen (n), wie auch diejenige (n_1) von Füllungen, welche von da an gerechnet in den cylindrischen Theil des Gefässes beinahe bis zum obersten Ende der Scala (die Ablesung nach der letzten Füllung heisse c) hineingehen. Alles dies hat natürlich unter Befolgung derselben Vorsichtsmaassregeln zu geschehen (Wegwischen der Luftblasen an den Wandungen des Abstrichgefässes und des Messgefässes vor dem Abstreichen, bezw. der Ablesung, Vermeidung der Parallaxe, Beobachtung der Temperatur etc.), wie bei dem anderen Verfahren.

Fig. 5.

Indem man zum Schluss die gesammten $n + n_1$ Füllungen wägt, und das Gewicht, in Grammen ausgedrückt, durch das specifische Gewicht des Quecksilbers dividirt, so erhält man in Cubikcentimetern das Volumen w von $n + n_1$ Füllungen des Abstrichgefässes und damit den letzten, für die Rechnung noch nothwendigen Beobachtungswerth.

Zunächst berechnet sich nämlich der Rauminhalt zwischen zwei benachbarten Theilstrichen in dem cylindrischen Bereiche des Messgefässes. Zwischen die Theilstriche b und c, also auf $c - b$ Theilstriche gingen n_1 Füllungen. Deren Volumen ist aber gleich $\frac{n_1}{n + n_1} w$, wenn w das Volumen von $n + n_1$ Füllungen ist. Das Intervall zwischen zwei benachbarten Theilstrichen hat demnach das Volumen

$$v = \frac{n_1}{(n + n_1)} \frac{w}{(c - b)}.$$

Mit Hülfe dieses Werthes kann man nun leicht auch v_1 berechnen. Man fand, dass n Füllungen, also der Rauminhalt

$$\frac{n}{n + n_1} w$$

vom Boden des Gefässes bis zum Theilstrich b reichte. Vom Theilstrich b bis zum Theilstrich a ist das Messgefäss cylindrisch, wir können also das Volumen zwischen diesen Theilen mit Benutzung des oben gefundenen Werthes v für das Volumen zwischen zwei benachbarten Theilstrichen ermitteln, und zwar zu

$$(b - a)\ v.$$

Zieht man diesen Werth vom Volumen $\frac{n}{n + n_1} w$ ab, welches bis zum Theilstrich b reicht, so erhält man v_1, das Volumen bis zum Theilstriche a

$$v_1 = \frac{n}{n + n_1} w - (b - a)\ v.$$

Nachdem v und v_1 bestimmt sind, kann man mit Leichtigkeit angeben, welches Volumen V unterhalb irgend eines beliebigen Theilstriches d liegt, der in den cylindrischen Bereich fällt. Das Volumen setzt sich nämlich zusammen aus dem Theile v_1, welcher sich bis zum Strich a erstreckt und aus dem Theil zwischen den Strichen d und a des cylindrischen Bereichs, also aus $(d - a)\ v$

$$V = v_1 + (d - a)\ v.$$

Diese Bestimmungen werden in der Regel mit Quecksilber vorgenommen. Es ist dabei nothwendig, den Einfluss der Temperatur wie oben (p. 45) zu berücksichtigen, und wegen der geringen

Wärmecapacität des Quecksilbers schon in Bezug auf die Berührung der Gefässe, in denen es sich befindet, vorsichtig zu sein.

Bezüglich der Ablesung eines Flüssigkeitsvolumens in Messgefässen müssen wir noch auf die Frage eingehen, an welcher Stelle der im Allgemeinen gekrümmten Oberflächen denn eigentlich die Ablesung zu machen ist. Meistens liest man an dem horizontalen Theil der Oberfläche ab. Bei Quecksilber ist es der höchste, bei Wasser der tiefste. Haben die Messgefässe einen grösseren Querschnitt, so sind auch grössere Theile der Flüssigkeit eben, und man kann diese sogar zum Visiren benutzen, indem man das Auge auf eine solche Höhe bringt, dass der ebene Theil der Fläche als gerade Linie erscheint. Keinenfalls darf man natürlich die absoluten Beträge des Volumens, welche für die eine Flüssigkeit bei dieser Art der Ablesung gelten, auch bei anderen Flüssigkeiten als richtig betrachten. Denn ihre obere Grenzfläche kann, obwohl die Ablesung am horizontalen Theil der Kuppe übereinstimmt, eine völlig verschiedene sein. Besonders gross würde der Fehler sein, wenn man mit Flüssigkeiten, wie Quecksilber und Wasser, so verfahren wollte.

Wenn aber auch die absoluten Beträge des Volumens für die gleiche Ablesung bei verschiedenen Flüssigkeiten nicht gleich sind, so sind es doch wenigstens die Differenzen.

Längenmessung mittelst Wägung.

Auch bei der Bestimmung mancher Längen kann die indirecte Methode durch Wägung grosse Vortheile besitzen. Handelt es sich z. B. um Ermittelung der Weite (des Durchmessers $2r$) eines Capillarrohres von kreisförmigem Querschnitt, dann verfährt man folgendermaassen. Man füllt das Rohr nahezu vollständig mit Quecksilber, misst die Länge l und die Temperatur t des Quecksilberfadens und wägt denselben schliesslich. Aus dem Gewicht g und dem specifischen Gewicht s^t (vgl. oben p. 45) berechnet sich das Volumen $v = \frac{g}{s_t}$, und da dieses gleich dem Querschnitt $r^2\pi$ multiplicirt mit der Länge ist, so wird

$$r^2 \pi l = v$$

und

$$r = \sqrt{\frac{v}{\pi l}},$$

oder, indem wir für v seinen Werth einsetzen

$$r = \sqrt{\frac{g}{\pi l \,.\, 13{,}596\, (1 - 0{,}000181\, t)}}.$$

Dass man in Fällen, wo es sich um kleine Volumen und Gewichte handelt, lieber Quecksilber als Wasser benutzen sollte, ergiebt sich auch hier schon darum, weil bei gleicher Genauigkeit der Wägung, wegen des grossen specifischen Gewichtes des Quecksilbers, die procentuale Genauigkeit der Bestimmung etwa 13,6 mal grösser ist.

Ganz in derselben Weise wie hier der Durchmesser eines Capillarrohres wird bei anderen Aufgaben z. B. die Dicke eines Drahtes ermittelt durch Wägung, Messung der Länge und eventuell Bestimmung des specifischen Gewichtes, wenn letzteres nicht bekannt ist.

Specifisches Gewicht von Flüssigkeiten.

Wir behandeln zuerst die Methoden zur Bestimmung des specifischen Gewichtes von Flüssigkeiten, weil die genaueren Verfahren zur Ermittelung des specifischen Gewichtes von festen Körpern zum Theile verwickelter und vielfach auf jene begründet sind.

Bestimmung des specifischen Gewichtes einer Flüssigkeit mit dem Pyknometer.

Die Pyknometer sind Gefässe, in denen genau das gleiche Volumen erst von der zu untersuchenden Flüssigkeit und dann von Wasser abgewogen werden kann. Sie bestehen meistens aus Glas. Man wägt zuerst das leere, darauf das mit der Flüssigkeit gefüllte, und endlich das bis zur selben Stelle mit Wasser gefüllte Pyknometer.

Bei der Füllung ist namentlich auf die Vermeidung von Luftblasen Werth zu legen. Je nach der Form des Pyknometers hat man zu diesem Zwecke verschieden zu verfahren.

Im Uebrigen handelt es sich bei feinen Bestimmungen noch um die Ermittelung des Einflusses, den einerseits der Auftrieb der Luft, andererseits die Temperatur ausübt.

Was den Auftrieb anlangt, so kommt der Theil desselben, der sich auf das Glas des Pyknometers bezieht, nicht in Betracht. Wir bestimmen zwar bei der Wägung des Pyknometers allein, blos das scheinbare Gewicht desselben. Wir haben aber auch von den Wägungen der Flüssigkeiten mit dem Pyknometer nur das scheinbare Gewicht des Pyknometers abzuziehen. Bei dem Gewichte der Flüssigkeit und des Wassers dagegen muss der Auftrieb mit in Rechnung gezogen werden. Derselbe ist in beiden Fällen gleich, da es sich um gleiche Volumen handelt, d. h. die Correctionen, welche wir bei der Flüssigkeit und bei dem Wasser anzubringen

haben, um die (wahren) Gewichte zu erhalten, sind identisch. Trotzdem hebt sich diese Correction nicht weg, denn das specifische Gewicht ist der Quotient aus den absoluten Gewichten, und der Quotient zweier Grössen bleibt nicht constant, wenn wir die gleichen Beträge zu beiden addiren.

Der Auftrieb, den die Gewichte erfahren, kommt hier nicht in Betracht, denn derselbe beeinflusst die beiden, durcheinander zu dividirenden Gewichte in gleichem Verhältniss. Ebensowenig braucht man die Ungleicharmigkeit der Waage zu berücksichtigen, vorausgesetzt, dass man die drei Wägungen auf derselben Seite derselben Waage vornimmt, weil auch dieser Fehler sowohl den Divisor wie den Dividend im gleichen Verhältniss verändert.

Das wegen des Luftauftriebes corrigirte Gewicht ist also nicht mehr

$$s = \frac{m}{w},$$

wo m das Gewicht der Flüssigkeit (ohne Pyknometer!), w das des Wassers (ohne Pyknometer!) bedeutet, sondern (vgl. p. 41 ff.)

$$s = \frac{m\left(1 + \frac{\lambda}{s}\right)}{w\left(1 + \frac{\lambda}{Q}\right)},$$

wenn Q das specifische Gewicht des Wassers ist, mit dem das Pyknometer gefüllt wurde. Q lässt sich aus der Tabelle p. 44 entnehmen, wenn man die Temperatur t kennt.

Wir haben nun noch den Umstand zu berücksichtigen, dass alle specifischen Gewichte auf die Dichte von Wasser von 4^0 C als Einheit bezogen werden, während wir nach dem obigen mit Wasser von t^0 verglichen hätten. Das Wasser, welches man beim Füllen benutzt, hat aber gewöhnlich eine der Zimmertemperatur naheliegende Temperatur t und eine Dichte Q, welche geringer ist als 1, man wird daher einen zu grossen Werth für das specifische Gewicht gefunden haben, und zwar im Verhältniss von 1 zu Q. Folglich muss man den obigen Werth noch multipliciren mit dem Verhältniss $Q : 1$, d. h. mit Q, um den richtigen Werth zu erhalten.

Man hat also:

$$s = \frac{m\left(1 + \frac{\lambda}{s}\right)}{w\left(1 + \frac{\lambda}{Q}\right)} \cdot Q.$$

Genau genommen müsste man diese Gleichung nach s auflösen. Wenn man aber berücksichtigt, in welcher Weise s auf der rechten Seite der Gleichung eingeht, so erkennt man, dass sich für s dort der uncorrigirte Werth $\frac{m}{w}$ einsetzen lässt, ohne dass das Resultat in den Stellen beeinflusst wird, welche nach den gewöhnlichen Laboratoriumsmethoden noch mit Sicherheit bestimmt werden können. In der Klammer $\left(1 + \frac{\lambda}{s}\right)$ ist λ ($= 0{,}0012$) gegen 1 eine sehr kleine Grösse, und ob man λ durch das uncorrigirte s $\left(= \frac{m}{w}\right)$ dividirt oder durch das nur um einige Promille davon verschiedene, corrigirte s, ist für den Werth der Klammer und daher auch auf den Endwerth von S jedenfalls nicht bis zum Betrag von $\frac{1}{10000}$ von Einfluss.

Aus demselben Grunde kann man im Nenner für Q einfach den Werth 1 einsetzen.

Wir erhalten also:

$$s = \frac{m\left(1 + \frac{\lambda}{m} w\right)}{w\,(1 + \lambda)}\, Q.$$

Nach p. 42—43 ist dies aber, unter Berücksichtigung davon, dass λ gegen 1 und Q sehr klein ist

$$= \frac{m}{w}\left(1 + \lambda\,\frac{w}{m} - \lambda\right) Q.$$

Bei der Ausmultiplication berücksichtigen wir wieder, dass in der Klammer neben 1 zwei sehr kleine Grössen stehen, und dass sich Q nur um einige Zehntel Procent von 1 unterscheidet. Die in der Klammer stehenden Glieder werden also je um diese Zehntelprocente durch Multiplication mit Q verändert, es hat aber gar keinen Zweck, diese Multiplication auf die Grössen λ und $\lambda\,\frac{w}{m}$ auszudehnen, die an und für sich schon im Allgemeinen weniger als $\frac{1}{100}$ des Werthes des Klammerausdrucks betragen.

Man erhält daher:

$$s = \frac{m}{w}\,(Q - \lambda) + \lambda.$$

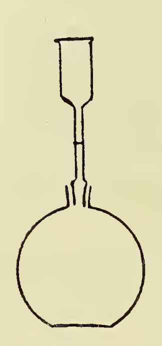
Es sind verschiedene Arten von Pyknometern im Gebrauch.

Eine ältere, aber immer noch häufig benutzte Form ist die in Fig. 6 skizzirte. Eine Flasche von circa 35 cbcm Inhalt trägt einen eingeschliffenen gläsernen Stöpsel in Gestalt einer, sich oben stark

4*

erweiternden Capillarröhre. An der Capillarröhre befindet sich eine Marke. Man wäscht und trocknet zuerst das Pyknometer aus.

Das Trocknen geschieht zweckmässig in folgender Weise. Ist das Gefäss mit Wasser gereinigt, so spült man zuerst wiederholt mit kleinen Mengen Alkohol, dann mit kleinen Mengen Aether aus. Hierauf führt man ein Glasrohr, welches an eine Wasserstrahlpumpe angesetzt ist, bis auf den Boden des Gefässes ein, und saugt so, indem man die Pumpe wirken lässt, Luft durch das Pyknometer. Aether wird verwandt, weil er leicht verdunstet. Alkohol muss zwischen Wasser und Aether eingeschaltet werden, weil sich Aether nicht mit Wasser, beide dagegen mit Alkohol mischen.


Fig. 6.

Nun fettet man die Schliffläche am Stöpsel ein, falls man es mit wässerigen Flüssigkeiten zu thun hat, und wägt das Pyknometer leer. Eine Doppelwägung ist nicht nothwendig, wenn man auch die weiteren Wägungen auf derselben Schale derselben Waage vornehmen kann. Darauf füllt man mit einem kleinen Glastrichter die Flüssigkeit in das Fläschchen ein und drückt vorsichtig den Stöpsel in die bis nahe zur Mündung des Fläschchens stehende Flüssigkeit, so, dass keine Luftblase in oder unter der Capillaren bleibt, und so, dass die Flüssigkeit bis über die Marke im Capillarrohr getrieben wird. Um den dichten Verschluss an der Schliffläche zu sichern, dreht man den Stöpsel nach dem Einstecken etwas herum. Mit einem Stückchen Filtrirpapier kann man dann die über der Marke stehende Flüssigkeit entfernen, wobei man aufpassen muss, dass das Filtrirpapier nicht in der engen Röhre stecken bleibt. Es ist wichtig, dass das Pyknometergefäss sammt der darin enthaltenen Flüssigkeit in dem Augenblick, wo man die genaue Einstellung auf die Marke bewirkt, genau die Temperatur habe, für die man das specifische Gewicht der Flüssigkeit ermitteln will. Man hat daher namentlich eine Erwärmung des Gefässes durch Berührung mit der Hand zu vermeiden.

Nun wägt man das mit Flüssigkeit bis zur Marke gefüllte Pyknometer. Beobachtet man während der Wägung eine störende Abnahme des Gewichtes, so ist in der Regel der Stöpsel undicht eingesetzt, denn die Verdampfung aus der Capillaren geht bei den meisten Flüssigkeiten sehr langsam vor sich. Hierauf wird das Pyknometer gereinigt, mit Wasser ausgespült und, mit demselben

bis zur Marke gefüllt, abermals gewogen. War das specifische Gewicht einer in Wasser löslichen Flüssigkeit zu bestimmen, so genügt zur Reinigung mehrfaches gründliches Ausspülen mit Wasser. Für das Anbringen der Correctionen (siehe die Formel) muss man nothwendig die Temperatur des Wassers kennen, in dem Augenblick, wo das Wasser genau bis zur Marke steht. Es empfiehlt sich daher, Wasser zu nehmen, das schon einige Zeit im Zimmer gestanden hat, und dessen Temperatur sich daher nicht mehr bei der Operation stark ändert.

Es gehört keine besondere Uebung dazu, um mit solchen Pyknometern Werthe zu erhalten, die auf $\frac{1}{1000}$ richtig sind. Neuere Formen der Pyknometer sind die von Sprengel und Ostwald. Letzteres (Fig. 7) besteht aus einem cylindrischen Glasgefäss mit zwei angesetzten engeren Röhren *a* und *b*, von denen eine (*a*), die weitere von beiden, eine Marke *n* trägt. Man taucht *a* in die Flüssigkeit und saugt mittelst eines an *b* angesetzten Schlauches soviel ein, dass das Gefäss bis zur Marke in *a* einerseits und bis zum Ende von *b* andererseits gefüllt ist.

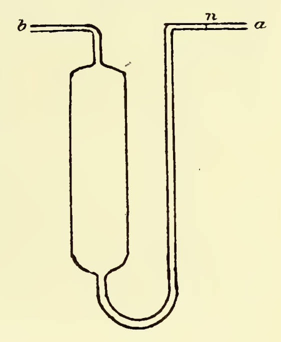


Fig. 7.

Das Sprengel'sche Pyknometer ist ähnlich, besitzt aber zwei, durch eine engere Röhre verbundene cylindrische Gefässe.

Der Vortheil dieser Pyknometer liegt darin, dass sie aus einem einzigen Stück Glas bestehen, dass also die Schliffflächen mit der Fettung vermieden sind, und dass die Füllung leichter von Statten geht.

Wenn es darauf ankommt, mit den Pyknometern die grösste Genauigkeit zu erzielen, so darf man die Ausdehnung des Pyknometers bei Temperaturänderung nicht vernachlässigen. Falls nämlich das Pyknometer bei der Füllung mit Wasser eine andere Temperatur hat wie bei der Füllung mit Flüssigkeit, so sind die Volumina nicht gleich, wie es anders die obige Formel voraussetzt. Der Mediciner wird selten in die Lage kommen, specifische Gewichte von Flüssigkeiten mit so grosser Genauigkeit bestimmen zu müssen. Es reicht aus, wenn er dafür sorgt, dass die Füllung mit Wasser innerhalb eines Grades bei derselben Temperatur geschieht, wie die Füllung mit der Flüssigkeit.

Specifisches Gewicht des Blutes.

Speciell bei Bestimmungen des specifischen Gewichts von Flüssigkeiten für medicinische Zwecke sind häufig nicht solche Substanzmengen verfügbar, dass man die gewöhnlichen Pyknometer verwenden könnte. Ein solcher Fall liegt z. B. beim Blute vor. Um nun auch mit wenigen Tropfen Messungen anstellen zu können, benutzt man nach dem Vorschlag von Schmaltz Capillarpyknometer. Diese bestehen aus 12 cm langen, $1\frac{1}{2}$ mm weiten, an beiden Enden verengten Capillaren, welche ungefähr 0,1 cbcm Flüssigkeit fassen. Natürlich verlangen die Bestimmungen mit so geringen Substanzmengen sowohl besonders genaue Wägung, wie auch sonst die grösste Sorgfalt. Es ist indess nicht übertrieben, wenn man verlangt, dass bei diesem Verfahren das Resultat auf weniger als $\frac{1}{1000}$ richtig sein muss, und damit ist schon recht viel gewonnen, weil die Schwankungen des specifischen Gewichtes des menschlichen Blutes bedeutend grösser sind.

Normal soll das specifische Gewicht des Blutes von Frauen im Mittel etwas kleiner sein, als das von Männern, bei ersteren nämlich 1,056, bei letzteren 1,059. Bei Personen desselben Geschlechts sollen die Abweichungen vom Mittel höchstens etwa $\pm$ 0,003 betragen. Das Blut von Kranken kann jedoch erheblich abweichende Werthe zeigen. Bei Chlorotischen kann das specifische Gewicht z. B. auf 1,035 und selbst 1,030 sinken. Von Wichtigkeit ist namentlich der Umstand, dass das Verhalten des specifischen Gewichtes parallel dem des Hämaglobingehaltes geht, während es sich von der Zahl der Blutkörperchen in weiten Grenzen unabhängig erweist.

Bestimmung des specifischen Gewichtes mit dem Glaskörper.

Eine recht genaue Methode zur Bestimmung des specifischen Gewichtes ist auch diejenige mit dem Glaskörper. Man misst den Gewichtsverlust m, den ein aus Glas hergestellter, innen mit Quecksilber oder Schrot belasteter Hohlkörper erfährt, wenn man ihn erst in Luft und dann in der Flüssigkeit wägt. Dividirt man m durch den Gewichtsverlust w, der sich geltend macht, wenn der Körper in Wasser ebenso tief eintaucht, wie vorher in die Flüssigkeit, so erhält man das specifische Gewicht der Flüssigkeit.

Ist Q die Dichte des Wassers bei der Temperatur, welche es bei der Wägung hatte (vgl. Tabelle p. 44), und $\lambda = 0{,}0012$ die Dichte

der Luft, so erhält man das auf Wasser von 4⁰ bezogene, und hinsichtlich des Auftriebes der Luft corrigirte specifische Gewicht nach ganz denselben Ueberlegungen, wie auf p. 49 ff. durch die Formel

$$s = \frac{m}{w}(Q - \lambda) + \lambda.$$

Das Gewicht des Drahtes sowie die Grösse des Auftriebes, den das in die Flüssigkeit bezw. in Wasser eintauchende Ende des Drahtes erfährt, kann man durch besondere Wägungen ermitteln, bei denen der Glaskörper vom Draht abgehängt ist. Luftblasen sind mit einer Federfahne von dem Glaskörper abzustreifen. Die Wägungen in der Flüssigkeit und in Wasser sollen durch Beobachtung der Einstellung der Waage, nachdem sie zum Stillstand gekommen ist, nicht durch Beobachtung von Schwingungen der Waage vorgenommen werden, da die Schwingungen bei der Bewegung des Drahtes durch die Flüssigkeitsoberfläche nicht mehr gleichmässig von der Gleichgewichtslage aus nach beiden Seiten hin erfolgen.

An feineren Waagen ist gewöhnlich unter der Waagschale kein Platz für den Glaskörper, dagegen befinden sich in der Regel dicht unter den Aufhängungspunkten der Schalen Haken *h* (Fig. 8), an denen man ihn mittelst eines Drahtes befestigen kann. Dann muss das Becherglas mit Flüssigkeit auch oberhalb der Schale angebracht sein, und zwar so, dass es die Bewegung der Waage nicht beeinträchtigt. Zu dem Zweck wird ein Brettchen *b* (Fig. 8) über der Schale zwischen den Stangen, welche diese tragen, durchgeführt, und mit seinen Enden auf zwei Klötze vor und hinter der Schale aufgelegt. Die so hergestellte Brücke kann auch dauerhaft angefertigt werden, indem man das Brett an den Enden auf zwei andere, dazu senkrechte Bretter festnagelt, die statt der Klötze als Stützen dienen. Das Becherglas stellt man dann auf das Brett *b*.

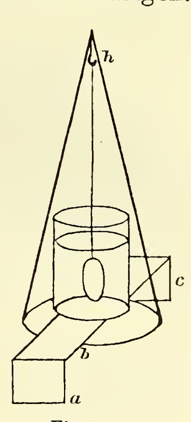
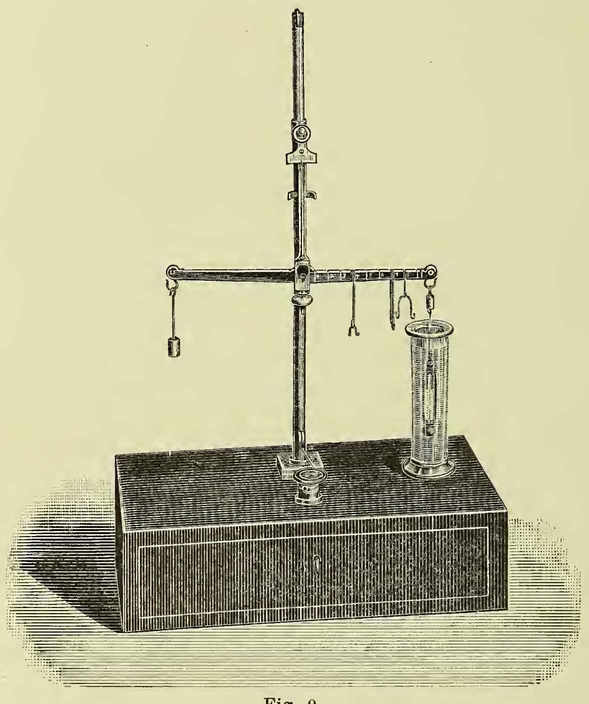


Fig. 8.

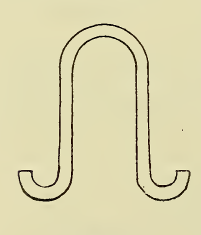
Westphal'sche und Mohr'sche Waagen.

Wenn man sich zu der obigen Methode der Bestimmung mit dem Glaskörper ein für alle Mal das Gewicht des Glaskörpers in Luft austarirt, ferner den Gewichtsverlust in Wasser von 4⁰ C. bestimmt und als Einheit eines eigens hergestellten Gewichtssatzes wählt, so läuft die Bestimmung des specifischen Gewichts einer

beliebigen Flüssigkeit auf eine einfache Feststellung des Auftriebes in dieser Flüssigkeit hinaus. Die Grösse des Auftriebes, in Gewichten dieses Satzes ausgedrückt, ergiebt uns dann direct die Zahl für das specifische Gewicht der Flüssigkeit.


Fig. 9.

Der Gedanke, die Bestimmung so zu vereinfachen, dass eine einzige Wägung zur Feststellung des specifischen Gewichtes genügt, hat zur Construction besonderer Waagen, der Westphal'schen und Mohr'schen Waagen geführt. In der Figur 9 ist eine Mohr'sche Waage dargestellt. An dem einen, in Zehntel getheilten Waagebalken kann man einen Glaskörper anhängen, der zur gleichzeitigen Bestimmung der Temperatur der Flüssigkeit häufig ein Thermometer enthält. An dem anderen Waagebalken hängt ein Gegengewicht, welches dem Glaskörper in Luft genau das Gleichgewicht hält. Wird nun der Glaskörper in Wasser von 4^0 eingetaucht, so soll durch Anhängen eines Gewichtes, von der in der Figur 10 dargestellten Form, gerade der Auftrieb des Glaskörpers wieder ausgeglichen werden, d. h. der Zeiger einstehen, wo er vorher stand. Taucht man den Glaskörper nun genau bis zur selben Stelle des Aufhängedrahtes in eine Flüssigkeit vom specifischen Gewicht 2, dann muss der Auftrieb, das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit, genau doppelt so gross sein wie vorher. Es gehören


Fig. 10.

also zur Herstellung des Gleichgewichts zwei Stücke von der Grösse des vorher benutzten. Hat die Flüssigkeit das specifische Gewicht 1,5, so muss man eins der Gewichte an das Ende, das andere auf den Theilstrich 5 des in Zehntel getheilten Waagebalkens auflegen. Das erste Gewicht bedeutet also am Ende des Hebelarmes das specifische Gewicht 1, auf den einzelnen Zehnteln das specifische Gewicht 0,1, 0,2 u. s. w.

Die zweite und weitere Decimalen des specifischen Gewichtes würden sich nun feststellen lassen, wenn die Länge des Waagebalkens in Hundertstel, Tausendstel u. s. w. eingetheilt wäre. Statt dessen sind weitere Gewichte, gewöhnlich noch 3 Sorten, beigegeben, von denen jede Art ein Zehntel so schwer wie die jedesmal vorhergehende ist, so dass die erste Sorte von diesen dreien je nach ihrer

Stellung 0,01, 0,02, 0,03 u. s. w.,
die folgende 0,001, 0,002, 0,003 . . .,
die letzte endlich 0,0001, 0,0002, 0,0003 . . .

bedeutet. Man kann also einfach, indem man die Stellungen notirt, an denen die 4 Arten von Gewichten sich befinden müssen, um die Zunge der Waage auf den Nullpunkt ihrer Scala zu bringen, das specifische Gewicht bis in die vierte Decimale bestimmen.

Auch hier müssen dieselben Vorsichtsmaassregeln wie bei der vorigen Methode (Vermeidung von Luftblasen, Beobachtung des Zeigers nach dem Stillstand, nicht bei Schwingung der Waage u. s. w.) angewandt werden.

Die Westphal'sche Waage unterscheidet sich von der Mohr'schen nur in unwesentlichen Einzelheiten.

Die Messungen sind mit beiden sehr bequem und führen schnell zum Ziel. Jedoch würde die Genauigkeit eine sehr zweifelhafte sein, falls man nicht von Zeit zu Zeit eine eingehende Prüfung des Instrumentes vornimmt. Einestheils ist es nie gerathen, sich allein auf die Präcision der Fabrikanten zu verlassen, anderentheils können Veränderungen der Gewichte, des Waagebalkens, oder ein Ersatz des Drahtes, an dem der Glaskörper hängt, die Richtigkeit der Bestimmungen beeinflussen. Endlich hängen die Angaben des Instrumentes davon ab, wie tief man den eben erwähnten Draht in die Flüssigkeit eintauchen lässt.

P r ü f u n g d e r W e s t p h a l ' s c h e n o d e r M o h r ' s c h e n W a a g e n. Bei einer Prüfung der Waage sind diese sämmtlichen Punkte zu berücksichtigen. Zu dem Zwecke bestimmt man zuerst das specifische Gewicht ein und derselben Flüssigkeit mit Benutzung aller

möglichen Combinationen der Gewichtsstücke und ihrer verschiedenen Stellungen auf dem Waagebalken. Dadurch werden erstens die Gewichtsstücke unter sich verglichen und zweitens die Richtigkeit der Eintheilung auf dem Waagebalken geprüft. Wenn nämlich das specifische Gewicht beispielsweise 1,1346 beträgt, und es stehen von jeder Gewichtsart zwei Stücke zur Verfügung, so kann man blos durch die verschiedenen Anordnungen der beiden grössten darunter (welche zusammen den Werth 1,1 darstellen müssen) eine Reihe verschiedener Bestimmungen ausführen. Bringt man das erste derselben der Reihe nach auf die Theilstriche 1, 2, 3, ... 8, 9, 10 des Waagebalken, so muss das zweite bezw. auf 10, 9, 8, ... 3, 2, 1 eingestellt werden, da sie zusammen den Werth 1,1 ausmachen sollen. Man sucht bei jeder dieser Combinationen die Lagen für die kleineren Gewichte, bei denen der Zeiger der Waage auf dem Theilstrich 0 seiner Scala einsteht. Ist dabei stets dieselbe Stellung der kleinen Gewichte erforderlich, so sind die beiden grössten Gewichte wirklich gleichwerthig und die Theilstriche der Scala befinden sich alle an der richtigen Stelle. Sonst sind Fehler vorhanden. Wenn die beiden grossen Stücke nicht gleich sind, so stellt sich das dadurch heraus, dass die kleinen Gewichte verschieden stehen, also ein verschiedenes specifisches Gewicht anzeigen bei den Combinationen, bei welchen die Stellungen der grossen blos vertauscht sind, also z. B. bei der Anordnung, wo sich das erste grosse Gewicht auf 2, das zweite auf 9, und bei derjenigen, wo sich das erste auf 9 und das zweite auf 2 befindet.

Ergeben sich andererseits keine Differenzen, wenn man die grossen Stücke vertauscht, sondern blos, wenn man sie z. B. von 2 und 9 bezw. auf 3 und 8 oder 4 und 7 u. s. w. setzt, dann ist die Eintheilung des Waagebalkens fehlerhaft.

An den Vergleich der Gewichtsstücke gleicher Art müsste sich nun die Controle der Beziehung zwischen den kleineren und grösseren schliessen. Man hätte zu untersuchen, ob die Einstellung der Waage dieselbe bleibt, wenn man statt eines grösseren Gewichts auf dem Theilstrich 1 eines von der nächst kleineren Art auf den Theilstrich 10 setzt u. s. w.

Wenn sowohl die Gewichte, wie die Theilung des Waagebalkens nicht richtig sind, so muss durch eine kritische Prüfung des Ergebnisses aller Vertauschungen festgestellt werden, wie sich die Fehler vertheilen.

Im Allgemeinen werden wir uns von den Fehlern, welche durch

die Verschiedenheit der Gewichte und Theilungsfehler verursacht sind, dadurch frei machen, dass wir das Mittel aus den sämmtlichen Bestimmungen nehmen. Doch setzt dies voraus, dass die Abweichungen nicht gross sind.

Nun blieben noch die Fehler zu berücksichtigen, welche sich durch das beschriebene Verfahren der Verstellung und Vertauschung der Gewichte nicht bestimmen lassen. Sie können blos dadurch entstehen, dass die Beziehung zwischen dem Volum des Glaskörpers und den Gewichtsstücken nicht richtig ist, oder dass der Draht, an welchem der Glaskörper ursprünglich hing, einmal durch einen anderen ersetzt wurde, oder endlich dadurch, dass man den Draht nicht genau so tief in die Flüssigkeit eintauchen lässt, wie es der Mechaniker beabsichtigte. Alle diese Umstände würden zur Folge haben, dass das Volumen der verdrängten Flüssigkeit nicht zu den Gewichtsstücken stimmte, und in Folge dessen sämmtliche Angaben der Waage für verschiedene Flüssigkeiten in einem bestimmten Verhältniss zu den richtigen Werthen ständen. Dieses Verhältniss muss ermittelt werden, und das geschieht natürlich, indem man die Angabe der Waage bei einer Flüssigkeit untersucht, deren specifisches Gewicht auf andere Weise zuverlässig festgestellt ist. Im Allgemeinen wendet man hierbei Wasser an, dessen Dichte sich für die verschiedenen Temperaturen aus der Tabelle p. 44 ergiebt. Wenn man durch die Waage für eine Flüssigkeit vom wirklichen specifischen Gewicht a das specifische Gewicht b gefunden hat, so muss jeder andere Werth s, den man mit der Waage erhält, corrigirt werden dadurch, dass man ihn mit dem Factor a/b multiplicirt.

Bei dieser Correction ist gewöhnlich b nur wenig verschieden von a, und dann kann man sich die Rechnung stets durch Anwendung der Grundsätze erleichtern, welche wir früher (p. 3 ff. u. 33) besprochen haben. Ist z. B. die Angabe der Waage $b = 1{,}0012$ für Wasser von der Dichte $a = 0{,}9983$, und soll die weitere Angabe der Waage 1,2015 durch Multiplication mit $\frac{0{,}9983}{1{,}0012}$ auf den richtigen Werth x corrigirt werden, so darf man die Differenz $(1{,}0012 - 0{,}9983) = 0{,}0029$ einfach mit 1,2 multipliciren und das Product (0,00348) von 1,2015 abziehen. Man erhält auf diese Weise den corrigirten Werth $x = 1{,}1980$. Wir können nämlich aus der Proportion

$$\frac{x}{1{,}2015} = \frac{0{,}9983}{1{,}0012}$$

nach einem bekannten Satz der Lehre von den Proportionen schliessen:

$$\frac{1{,}2015 - x}{1{,}2015} = \frac{1{,}0012 - 0{,}9983}{1{,}0012}.$$

Die Differenzen 1,2015 — x und 1,0012 — 0,9983 sind die Unterschiede zwischen den Angaben der Waage und den entsprechenden richtigen Werthen, also die Beträge der Correctionen. Nach der letzten Gleichung ist

$$1{,}2015 - x = \frac{1{,}2015\ (1{,}0012 - 0{,}9983)}{1{,}0012} = \frac{1{,}2015 \,.\, 0{,}0029}{1{,}0012}.$$

Hierfür können wir, ohne dass der Werth in den vier Stellen nach dem Komma verändert wird, schreiben

$$1{,}2015 - x = \frac{1{,}20 \,.\, 0{,}0029}{1{,}00} = 1{,}2 \,.\, 0{,}0029 = 0{,}00348.$$

Das Araeometer.

Bringt man einen specifisch leichteren Körper nacheinander in verschiedene Flüssigkeiten von unter sich ungleichem specifischen Gewichte, so sinkt er verschieden tief ein. Das Araeometer ist ein solcher, mit einer Scala versehener Körper, bei welchem sich die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten an den Theilstrichen, bis zu denen er eintaucht, ablesen lassen. Die Form der Araeometer ist gemeinhin die eines cylindrischen Hohlkörpers, an dessen einem Ende ein Gewicht (eine Kugel mit Quecksilber oder Schrot als Inhalt), an dessen anderem Ende eine engere Röhre mit der Scala sich befindet. Das Gewicht bewirkt, dass sich das Instrument in den Flüssigkeiten vertical einstellt. Bei der Benutzung der Araeometer sind folgende Punkte zu berücksichtigen. Das Instrument darf nirgends an der Wand des Gefässes anliegen, in dem sich die Flüssigkeit befindet. Das verhindert man, indem man dafür sorgt, dass das Instrument über den Rand des die Flüssigkeit enthaltenden Gefässes emporragt und dann durch einige quer über das Gefäss gelegte Stäbe oder ein in der Mitte durchlochtes Stück Papier die seitliche Bewegung des Instrumentes einschränkt. Die Ablesung geschieht durch die Flüssigkeit und zwar so, dass man unter dem Niveau der Flüssigkeit durchblickt und das Auge dann soweit hebt, bis die ebene Niveaufläche (vgl. Fig. 11) als gerade Linie erscheint, bis also das Auge sich in der Höhe dieser ebenen Niveaufläche befindet.

Diese Art der Ablesung ist dadurch geboten, dass sich die Flüssigkeit an der Scalenröhre durch die Capillarkräfte emporzieht und eine richtige Ablesung über die Flüssigkeitsoberfläche hinweg unmöglich macht. Die Menge der durch die Capillarkraft an der Wandung des Instrumentes emporgezogenen Flüssigkeitsmenge ist abhängig von der Capillarconstanten. Dieser Umstand bewirkt, dass man Araeometer, welche beispielsweise für eine bestimmte Salzlösung graduirt sind, nicht ohne erneute Prüfung bei anderen Flüssigkeiten, Oel, Weingeist u. s. w. anwenden darf.

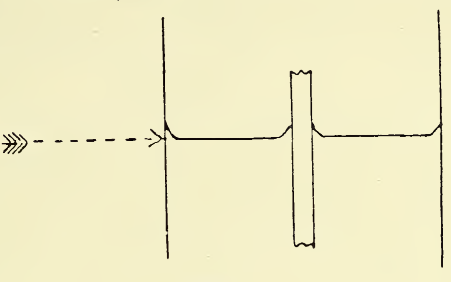


Fig. 11.

Ueberhaupt soll man sich ohne eine vorausgegangene sorgfältige Untersuchung nicht auf die Angaben eines Araeometers verlassen. Die Prüfung geschieht mittelst solcher Flüssigkeiten, deren specifisches Gewicht auf anderem Wege genau bestimmt ist, und da der Fehler des Instrumentes im Allgemeinen von einer Stelle der Scala zur anderen variirt, so muss man für eine ganze Reihe von Punkten der Scala die Grösse der Abweichung feststellen.

Vor der Benutzung wischt man das Instrument mit einem ganz wenig befeuchteten Stück Leinwand ab.

Specifisches Gewicht fester Körper.

Wir stellen die Bestimmung des specifischen Gewichtes fester Körper hinter die der Flüssigkeiten, weil meistens die ersteren schwieriger sind, als die letzteren.

Handelt es sich um Substanzen, die in grösseren Stücken von mehreren Cubikcentimeter Volumen und hinreichender Homogenität zur Verfügung stehen, so wird man gute Werthe erhalten, indem man sie mittelst eines dünnen Drahtes an einem Waagebalken aufhängt und zuerst in Luft, dann in Wasser, oder wenn sie von letzterem angegriffen werden, in einer anderen geeigneten Flüssigkeit von bekanntem specifischen Gewichte wägt. Der Unterschied der beiden Gewichte (w) ist gleich dem Gewichte der verdrängten

Flüssigkeit. Um auch hier Rücksicht auf das von 1 abweichende specifische Gewicht der Flüssigkeit und den Auftrieb der Luft zu nehmen, hat man wieder die Formel

$$s = \frac{m}{w}(Q - \lambda) + \lambda,$$

vgl. p. 51, anzuwenden, worin $\lambda = 0{,}0012$ die Dichte der Luft und Q das specifische Gewicht der Flüssigkeit oder des Wassers ist (letzteres ist wieder nach der Messung der Temperatur aus der Tabelle p. 44 zu entnehmen).

Um die Wägung in der Flüssigkeit vorzunehmen, bedient man sich, wie bei der auf p. 54—55 beschriebenen Bestimmung, eines Becherglases, welches auf ein Holzbrettchen gestellt wird, das als Brücke derart zwischen zwei Klötzen angebracht werden kann, dass es die Bewegung der Waagschale nicht hindert. An dem oberen Theile des Gehänges der neueren Waagen befindet sich gewöhnlich ein Haken zum Aufhängen des Körpers. Der Draht darf nicht als Gewicht des Körpers mitgerechnet werden und der Auftrieb, den der in die Flüssigkeit hineinreichende Theil des Drahtes erfährt, muss bei sehr genauen Bestimmungen durch eine besondere Wägung gemessen werden. Ferner ist bei der Wägung in der Flüssigkeit die Ruhelage des Waagenzeigers wirklich zu beobachten und nicht aus Schwingungen zu ermitteln. Luftblasen müssen durch eine Federfahne sorgfältig von dem Körper entfernt werden.

Bei Bestimmungen der Dichte von grösseren Stücken kann man, falls man keine grosse Genauigkeit erzielen will, das Volumen auch direct so messen, dass man eine durchsichtige Flüssigkeit in einen Messcylinder giesst und den Stand des Randes einmal vor und dann nach dem völligen Untertauchen des Stückes abliest.

Bestimmung des specifischen Gewichtes fester Körper mit Anwendung des Pyknometers.

In weitaus den meisten Fällen hat man nicht genügend viel Substanz zur Verfügung, um die vorige Methode zu benutzen. Man wandte bis jetzt unter solchen Umständen vorwiegend die Pyknometermethode an. Es muss von vornherein darauf aufmerksam gemacht werden, dass die Fehlerquellen dieser Methode bei der gewöhnlichen Anwendung so grosse sind, dass sie neben der Schwierigkeit auch nur für diese Methode hinreichend grosse und zugleich reine Substanzmengen zu bekommen, Schuld an den enormen Abweichungen in den Angaben verschiedener Autoren sind.

Man betrachte z. B. folgende von Retgers*) zusammengestellte Zahlen und bedenke dabei, dass selbst ungeübte Beobachter bei Anwendung der Pyknometermethode auf Flüssigkeiten, z. B. bei Salzlösung, leicht die dritte Decimale nach dem Komma, also Werthe wie 1,197 ganz sicher erhalten.

Kaliumsulfat	2,658 — 2,625
Magnesiumsulfat	1,751 — 1,675
Chlornatrium	2,24 — 2,137
Natriumnitrat	2,261 — 1,90.

Die Art der Messung ist folgende. Man wäge eine möglichst grosse Menge m von solchen Stücken der Substanz zusammen ab, welche möglichst rein sind und durch die Oeffnung eines Pyknometers von der in Figur 6, p. 52, dargestellten Form gehen. Man wäge dann ein solches Pyknometer mit Wasser bis zur Marke gefüllt, das Gewicht sei P, und endlich nochmals, wenn wieder bis zur Marke gefüllt ist, aber ein Theil des Wassers durch die in das Pyknometer gebrachte Substanz, von der die Luftblasen entfernt sein müssen, verdrängt ist (dies Gewicht sei P'). Zieht man von dem letzten Gewicht das Gewicht (m) der Substanz ab, so erhält man das Gewicht (w) des verdrängten Wassers. Das ist aber nur der Fall, wenn bei den beiden Wägungen des Pyknometers sowohl dieses selbst genau dieselbe Temperatur hatte und daher denselben Inhalt fasste, als auch das darin enthaltene Wasser von der gleichen Temperatur war. Man muss also, falls die Temperaturen von Pyknometer sammt Inhalt nicht bei den beiden Wägungen genau gleich waren, Correctionen anbringen. Eine dieser Correctionen, und zwar die wichtigere, soll die Verschiedenheit des specifischen Gewichtes des Wassers bei verschiedenen Temperaturen berücksichtigen, eine andere die Ausdehnung des Gefässes. Um beide Correctionen zu berechnen, ist es aber erforderlich, zu wissen, wie viel das Pyknometer ohne Inhalt wiegt. Man muss also auch von diesem eine Wägung machen, die indess nur angenähert zu sein braucht, weil man den Werth nur für die Ermittelung einer Correction benutzt. Sei das Gewicht des leeren Pyknometers π, so rechnet man aus, welches Gewicht würde das mit Wasser allein gefüllte Pyknometer haben bei der Temperatur t', bei welcher man es mit Wasser und Krystallen gewogen hat.

*) J. W. Retgers, Die Bestimmung des specifischen Gewichts von in Wasser löslichen Salzen. Ztschr. f. physik. Chemie. III. p. 289—315. 1889.

Ist Q' das specifische Gewicht des Wassers bei der Temperatur t', Q sein specifisches Gewicht bei der Temperatur t, bei der wir das Gewicht p des mit Wasser allein gefüllten Pyknometers gefunden haben, so würde, da sich die Gewichte gleicher Volumina verhalten wie die specifischen Gewichte, das gesuchte Gewicht p' der Füllung mit Wasser von t' Grad sich zu p, dem Gewicht der Füllung mit Wasser von t Grad, verhalten wie Q' zu Q

$$\frac{p'}{p} = \frac{Q'}{Q}, \text{ d. h. } p' = \frac{Q'}{Q} p,$$

oder, unter Berücksichtigung, dass Q und Q' nur sehr wenig von 1 verschieden sind, vgl. p. 42—43,

$$p' = p\,(1 + Q' - Q),$$

oder auch bequemer zum Rechnen

$$p' = p + p\,(Q' - Q).$$

Dieses wäre der Werth der Füllung mit Wasser von der Temperatur t', wenn sich das Volumen des Gefässes nicht auch von t bis t' im Verhältniss von 1 zu $1 + 3\beta\,(t' - t)$ ausgedehnt hätte, worin 3β der cubische Ausdehnungscoefficient des Glases $\left(= \frac{1}{40000}\right)$ ist, berücksichtigt man jedoch auch die Volumenzunahme des Gefässes, so ist das wahre Gewicht p'_1 der Füllung mit Wasser

$$\begin{aligned} p'_1 &= p'\,(1 + 3\beta\,[t' - t]) \\ &= p\,[1 + Q' - Q]\,[1 + 3\beta\,(t' - t)], \end{aligned}$$

oder, da es sich bei den Werthen $Q' - Q$ und $3\beta\,(t' - t)$ in den Grössen handelt, die gegenüber 1 sehr klein sind:

$$\begin{aligned} p'_1 &= p\,[1 + Q' - Q + 3\beta\,(t' - t)] \\ &= p + p\,[Q' - Q + 3\beta\,(t' - t)]. \end{aligned}$$

Damit wären wir nun im Stande, das scheinbare Gewicht (w) des von den Krystallen verdrängten Wassers zu finden, da wir einerseits direct bestimmt haben, wieviel das Pyknometer mit den Krystallen und Wasser von der Temperatur t' wog (nämlich P'), und andererseits berechnet haben, wieviel es bei der Temperatur t' ganz mit Wasser von derselben Temperatur gefüllt wiegen würde (nämlich $\pi + p'_1$).

Zieht man nämlich von dem Gewicht P' das Gewicht der Krystalle m ab, so muss man $(\pi + p'_1)$ weniger dem verdrängten Wasser (w) erhalten.

$$P' - m = \pi + p'_1 - w.$$

Berechnet man hieraus w, indem man für p'_1 den oben erhaltenen Werth einsetzt, so wird

$$w = \pi + \{p + p\,[Q' - Q + 3\beta\,(t' - t)]\} - P' + m,$$

oder da $\pi + p = P$ und folglich $p = P - \pi$ ist

$$w = m + P - P' + (P - \pi)\,[Q' - Q + 3\beta\,(t' - t)].$$

Wenn wir aus dem Gewicht m der Krystalle und dem eben gefundenen Gewicht w des Wassers von der Temperatur t' und der Dichte Q', welches von ihnen verdrängt werden würde, schliesslich das specifische Gewicht s finden wollen, müssen wir noch, um den Auftrieb durch die Luft zu berücksichtigen, und auf die Dichte von Wasser von 4° als Einheit zu beziehen, die Formel (p. 51) anwenden:

$$s = \frac{m}{w}\,(Q' - \lambda) + \lambda.$$

Der grosse Unterschied in der Genauigkeit der Resultate der Pyknometermethode für feste Körper und Flüssigkeiten ist darin begründet, dass die Fehler, die beim Wägen und Füllen, bei der Temperaturbestimmung u. s. w. vorkommen, ohne Ausnahme bei der Messung des specifischen Gewichtes fester Körper dem absoluten Betrage nach ebenso gross, wenn nicht (wie z. B. die Fehler, die durch Luftblasen verursacht werden) grösser sind, als diejenigen bei der Bestimmung des specifischen Gewichtes von Flüssigkeiten, während die Mengen von Flüssigkeit, die zur Verfügung stehen, gewöhnlich soviel beträchtlicher sind, als die Menge geeigneter, fester Substanz, dass die procentualen Fehler bei den festen Körpern ausserordentlich viel bedeutender werden, als bei den Flüssigkeiten.

Methode des Schwebens.

Eine Methode, die in vielen Fällen, selbst bei Körnchen von fester Substanz, eine fast ebenso grosse oder noch grössere Genauigkeit zu erreichen gestattet, wie die gewöhnlichen Bestimmungen des specifischen Gewichtes von Flüssigkeiten, ist die Methode des Schwebens. Sie wurde in vereinzelten Fällen schon länger angewandt (nach Ostwald, Ztschr. f. phys. Chemie XII. p. 94) hat aber erst in neuester Zeit durch Retgers*) mehr Beachtung

*) J. W. Retgers, Die Bestimmung des specifischen Gewichts von in Wasser löslichen Salzen. Ztschr. f. physik. Chemie. III. 289—315. 1889. II. Theil. Ztschr. f. physik. Chemie. IV. 189—205. 1889. Das specifische Gewicht isomorpher Mischungen. Ztschr. f. physik. Chemie. III. 497—561. 1889. Ueber schwere Flüssigkeiten zur Trennung von Mineralien. N. Jahrb. f. Mineralogie u. s. w. 1889. Bd. II. 185—192.

gefunden, und ist zweifellos dazu berufen, noch auf zahlreichen Gebieten werthvolle Aufschlüsse zu liefern.

Man verfährt nach ihr folgendermaassen. Aus zwei Flüssigkeiten, in denen der feste Körper nicht löslich ist, und von denen eine schwerer, die andere leichter ist, wird ein Gemisch hergestellt, worin der Körper an jeder Stelle gerade schwebt. Das Gemisch hat dann genau das gleiche specifische Gewicht wie der Körper, und man kann zur Bestimmung irgend eine der bei Flüssigkeiten verwendbaren Methoden, mit Araeometer, Mohr'scher Waage oder Pyknometer benutzen.

Es ist wichtig, alle Luftblasen von dem Körper mit einer Federfahne zu entfernen (vgl. p. 46), auch diejenigen an den Wänden des Gefässes, da sich die letzteren sonst im Laufe des Versuches leicht an den Körper ansetzen. Ferner ist darauf zu achten, dass der Körper nicht, indem er an die Oberfläche kommt, neue Luftblasen holt. Jedesmal, dass die Concentration des Gemisches geändert wird, muss dieses stark mit einem Glasstab umgerührt werden, um die Bildung von Schichten ungleicher Concentration zu verhindern. Die Bewegung, die der Körper durch das Umrühren erfährt, muss stets aufgehört haben, ehe man beurtheilen kann, ob der Körper in dem Gemisch noch steigt oder fällt.

Man vermag sich über die Genauigkeit der Methode zu vergewissern, indem man nicht nur das specifische Gewicht des richtigen Gemisches bestimmt, sondern auch dasjenige von Gemischen, welche durch möglichst geringe Zusätze von den beiden Flüssigkeitsbestandtheilen erhalten werden, und in denen der Körper schon gerade steigt bezw. fällt.

Um sich auf die Anwendung der Methode einzuüben, kann man als Körper ein Stückchen Bernstein, als Flüssigkeiten Kochsalzlösung und Wasser nehmen.

Ein besonderer Vortheil der Methode ist der, dass sie bei körnigen, mechanischen Gemengen, z. B. bei einem Haufen kleiner Krystalle einer Substanz, selbst die Theile verschiedener Reinheit, wenigstens von verschiedenem specifischen Gewicht trennen hilft, indem die specifisch leichteren Bestandtheile des Gemisches schweben, während die anderen noch am Boden liegen. Von einer Krystallisation enthalten die meisten Krystalle häufig Mengen von Luftblasen und Einschlüsse von Mutterlauge, welche sie, vorausgesetzt, dass die Mutterlauge nur aus leichterem Lösungsmittel und der gelösten Substanz besteht, specifisch leichter macht, als die feste

Substanz selbst. Diejenigen Stücke, welche am längsten am Boden bleiben, zeigen dann auch unter dem Mikroskop wenig oder gar keine Einschlüsse. Als schwere Flüssigkeiten werden empfohlen: Kaliumquecksilberjodid-Lösung (Thoulet'sche Flüssigkeit, $HgJ_2 + 2\ KJ$), maximales specifisches Gewicht = 3,196; Cadmiumborowolframiat, spec. Gew. = 3,6; Baryumquecksilberjodid, spec. Gew. = 3,588; diese sind mit Wasser mischbar. Jodmethylen CH_2J_2, spec. Gew. = 3,33, kann mit Benzol oder Xylol verdünnt werden.

Zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der specifisch schwereren festen Körper stehen gar keine hinreichend schweren Flüssigkeiten zur Verfügung. Man kann jedoch trotzdem die Methode des Schwebens anwenden, indem man den Körper mit einem leichteren Schwimmer verbindet, und sowohl das specifische Gewicht (S) der Combination wie dasjenige (s') des Schwimmers allein, nach ihr bestimmt, ausserdem aber auch die absoluten Gewichte des Körpers (p) und des Schwimmers allein (p') ermittelt. Ist dann s das gesuchte specifische Gewicht des Körpers, so lässt sich s leicht aus der Gleichung

$$\frac{p}{s} + \frac{p'}{s'} = \frac{p+p'}{S}$$

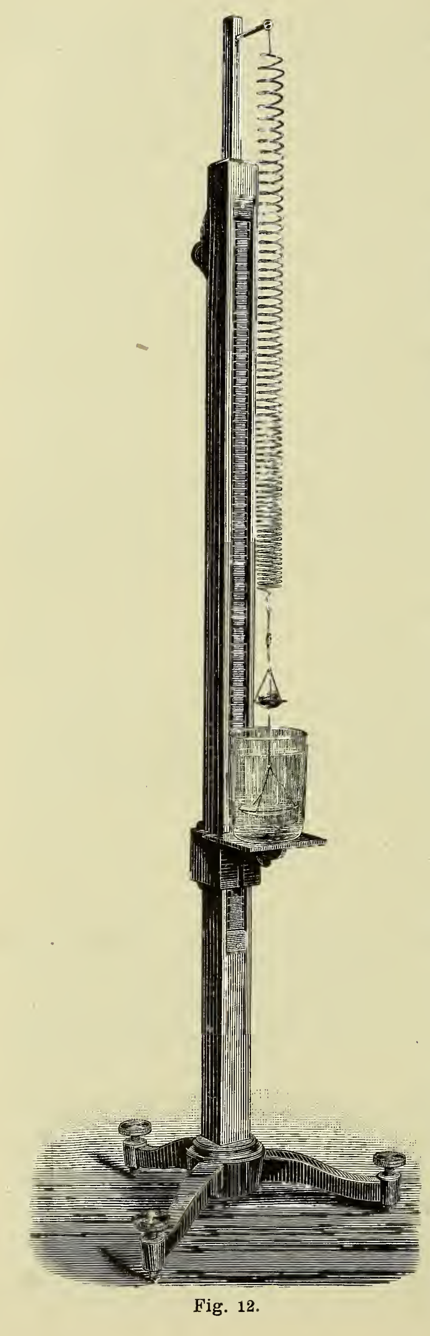
berechnen, eine Gleichung, welche der Ausdruck dafür ist, dass die Volumen des Körpers und des Schwimmers gleich dem Volumen der Combination ist, alle Volumen durch die betreffenden Gewichte und specifischen Gewichte berechnet. Aus dieser Gleichung ergiebt sich der Werth

$$s = \frac{S}{1 - \frac{p'}{p}\left(\frac{S}{s'} - 1\right)}.$$

Als Schwimmer kann man ein hufeisenförmig gebogenes Glasstäbchen oder (an den Enden geschlossenes) Glasröhrchen nehmen.

Die genauesten Werthe erhält man, wenn das gewählte Stück des festen Körpers möglichst gross, der Schwimmer dagegen möglichst klein ist.

Immerhin bleibt die Genauigkeit der mit Hülfe des Schwimmers bestimmten Werthe, wenn sie auch viel grösser als bei anderen Methoden ist, erheblich hinter derjenigen von Werthen zurück, welche man ohne Schwimmer erhalten kann. Bei Stücken, die circa 1 Decigramm wiegen, kann man noch auf circa 2 pro mille richtige Zahlen erhalten, d. h. bei specifischen Gewichten von 4—5 kann man die zweite Decimale in günstigen Fällen noch verbürgen.


Fig. 12.

Bestimmung des specifischen Gewichtes fester Körper mit der Jolly'schen Federwaage.

Mit der Federwaage von Jolly (Fig. 12) bestimmt man das specifische Gewicht fester Körper schneller und doch fast ebenso genau wie mit dem Pyknometer. Man beobachtet die Ausdehnung einer Spiralfeder einmal, wenn der zu untersuchende Körper in Luft, ein anderes Mal, wenn er in Wasser an die Feder gehängt wird. Zwei Schalen, von denen die untere in ein Gefäss mit Wasser taucht, dienen hierbei zur Aufnahme des Körpers. Die Verlängerungen der Feder sind proportional den Gewichten, und da es sich bei der Ermittelung des specifischen Gewichtes um das Verhältniss des wirklichen Gewichtes zu dem Auftrieb handelt, so braucht man nur die Verlängerung, welche dem Gewicht in Luft entspricht, zu dividiren durch den Unterschied der beiden beobachteten Verlängerungen, um sofort das Resultat zu erhalten.

Die Ablesungen geschehen mit Vermeidung von Parallaxe (vgl. p. 14) an einer auf einem Spiegel angebrachten Theilung. Der Draht, an dem die untere Schale hängt, soll stets bis zur selben Stelle in das Wasser eintauchen, was man durch Auf- und Abschieben des Wassergefässes erreichen muss. Luftblasen sind sorgfältig von dem Körper zu entfernen.

Die Barometer.

Von den Barometern, die gewöhnlich gebraucht werden, ist die eine Klasse, die der Quecksilberbarometer von der anderen, den Aneroid- (oder Holosteric-) Barometern völlig ihrer Bedeutung nach dadurch unterschieden, dass es wohl möglich ist, ein geeignet construirtes Quecksilberbarometer auf alle seine Fehler zu untersuchen, und dadurch den wahren Luftdruck zu ermitteln, ohne dass man ein anderes Barometer zum Vergleiche heranzieht, während ein Barometer der zweiten Art durchaus mittelst eines Vergleiches mit anderen, entweder direct oder indirect auf die Angaben eines Quecksilberbarometers bezogen werden muss.

Abgesehen von den Fällen, wo es mehr auf barometrische Unterschiede als auf die Ermittelung des wahren Luftdrucks ankommt, und wo zugleich die Schwierigkeit des Transports zu berücksichtigen ist, wie beispielsweise bei Terrainaufnahmen, zu denen barometrische Höhenmessungen angewandt werden können, verdient das Quecksilberbarometer stets den Vorzug.

Wir wenden uns daher zuerst zur Behandlung der

Quecksilberbarometer.

Wir haben unter diesen zwei Arten zu unterscheiden: 1) die Gefässbarometer, 2) die Heberbarometer.

Gefässbarometer.

Die Anordnung der Theile beim Gefässbarometer ist im Princip dieselbe, mit der gewöhnlich die Torricellische Leere und der Luftdruck demonstrirt werden. Eine Glasröhre von mehr als 76 cm Länge (Fig. 13), welche an einem Ende zugeschmolzen ist, wird mit reinem Quecksilber gefüllt und, mit dem offenen Ende in ein grösseres Quecksilbergefäss eingetaucht, aufrecht befestigt. Am oberen Ende der Röhre entsteht, wenn die Füllung in vorsichtigster Weise geschieht, so dass jede Spur von Luft aus dem Rohre entfernt wird, ein luftleerer Raum, und der Höhenunterschied zwischen dem Niveau des Quecksilbers im Gefässe und der höchsten Stelle, bis zu der das Quecksilber im Rohre reicht, ist gleich dem uncorrigirten Barometerstande. Die Röhre selbst trägt selten die Theilung. Gewöhnlich befindet sich an dem Barometer eine besondere Scala, aus Messing oder Glas, welche derart verschiebbar angebracht ist,

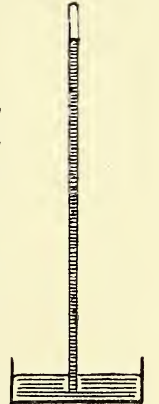


Fig. 13.

dass man ihren Nullpunkt, wo sie in eine Spitze aus Stahl bezw. Glas endigt, auf das Niveau im Gefäss einstellen kann. Bei der Justirung der Spitze ist es vortheilhaft, durch die Stellung des eigenen Kopfes oder durch geeignete Beleuchtung dafür zu sorgen, dass ein heller Lichtreflex sich dort auf dem Quecksilber befindet, wo die Spitze steht, man sieht dann die dunkle Spitze und ihr gleichfalls dunkles Spiegelbild auf hellem Hintergrunde, und kann sehr genau erkennen, ob die Spitze das Quecksilber berührt, weil die Spitze und ihr Spiegelbild sich dann auch gerade berühren. Da die feinere Einstellung der Scala durch blose Verschiebung aus freier Hand nicht mit der nöthigen Sicherheit geschieht, so ist meistens dafür gesorgt, dass man das Quecksilberniveau im Gefässe (und entsprechend natürlich auch in der Röhre) verstellen kann, indem man durch eine am Gefäss angebrachte Schraube entweder einen Ledersack zusammenpresst, der einen Theil des Quecksilbers enthält, oder einen festen Körper, etwa einen Holzcylinder, verschieden tief in das Quecksilber eindrückt.

Um die jedesmalige Einstellung des unteren Quecksilberniveaus auf den Nullpunkt der Scala zu vermeiden, ist bei manchen Barometern, bei einer Art z. B., die an preussischen, meteorologischen Stationen benutzt, und auch als Stationsbarometer bezeichnet wird, durch eine besondere Eintheilung auf der Scala den Schwankungen des unteren Niveaus Rechnung getragen. Sind nämlich die inneren Querschnitte der Röhre und des Gefässes bekannt, so lässt sich leicht berechnen, um wieviel das Niveau im Gefäss sinken muss, damit das Quecksilber im Rohre um einen Millimeter steigt. Der Barometerstand hat sich dabei nicht um 1 mm verändert, sondern um 1 mm, vermehrt um den Betrag, den das Quecksilber im Gefäss gesunken ist. Umgekehrt lässt sich, wenn die Querschnitte von Röhre und Gefäss bekannt sind, auch leicht berechnen, um wieviel das Quecksilber im Rohre steigen muss, damit sich der Barometerstand um 1 mm verändert. An den Barometern von der erwähnten Art sind nun auf der Scala statt der wahren Millimeter diejenigen offenbar kleineren Theile aufgetragen, um die das Quecksilber im Rohre seinen Stand ändern muss, damit sich der Niveauunterschied zwischen dem Quecksilber im Rohre und im Gefäss, also der Barometerstand, thatsächlich um 1 mm ändert.

Heberbarometer.

Das Heberbarometer hat in seiner einfachsten Gestalt die Form einer U-förmig gebogenen Glasröhre, von deren Schenkeln einer oben geschlossen, der andere offen ist. Der Höhenunterschied der Quecksilbereinstellungen in dem geschlossenen, luftleeren und dem offenen Schenkel ist gleich dem Barometerstand. Das Heberbarometer unterscheidet sich von dem Gefässbarometer wesentlich dadurch, dass beim Heberbarometer die beiden Oberflächen, in denen das Quecksilber gegen den luftleeren Raum und gegen die Luft grenzt, von gleicher Beschaffenheit sind, während beim Gefässbarometer diese Oberflächen eine verschiedene Gestalt haben. Bei dem Heberbarometer brauchen wir daher nicht, dagegen wohl beim Gefässbarometer, auf die von den Oberflächenspannungen, den Capillarkräften, ausgeübten Wirkungen Rücksicht zu nehmen. Ist die Gestalt der Röhre beim Heberbarometer die einfach U-förmig gebogene, so müssen die Stände des Quecksilbers in den beiden Schenkeln an verschiedenen Maassstäben abgelesen werden oder es befindet sich wenigstens die eine Oberfläche ziemlich weit vom Maassstabe entfernt. Es ist aber von Vortheil, dass derselbe Maassstab benutzt wird, damit nicht ein Fehler durch die Uebertragung von dem einen auf den anderen vorkommt. Zugleich ist es wünschenswerth, dass die Quecksilberoberflächen in der Nähe des Maassstabes liegen. Diese Bedingungen sind leicht zu erfüllen, wenn man als Form der Röhre eine ähnliche wie die in Figur 15 gezeichnete wählt.

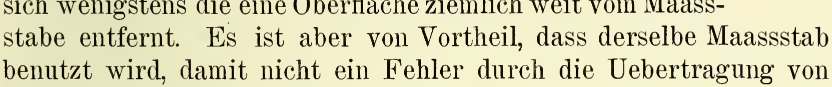


Fig. 14.

Fig 15.

Behandlung der Quecksilberbarometer. Ablesungen.

Besonderer Werth ist darauf zu legen, dass das Barometer an einem geeigneten Orte aufgehängt wird. Zu vermeiden sind Stellen, welche durch directe Sonnenstrahlen oder die Nähe von Heizkörpern besonders starken Temperaturschwankungen ausgesetzt sind. In dunklen Ecken soll das Barometer andererseits auch nicht angebracht werden, weil sonst die Genauigkeit der Ablesung leidet.

Vor dem Gebrauche ist das Barometer durch leichtes Anklopfen etwas zu erschüttern, damit man sich dagegen sichert, dass das Barometer in Folge der Reibungswiderstände, die sich der

Bewegung des Quecksilbers entgegenstellen, eine frühere Einstellung bewahrt. Die Stelle der Glaswandung, an der sich die Oberfläche des Quecksilbers befindet, wird im Laufe der Zeit afficirt. Man kann dafür sorgen, dass die Oberfläche des Quecksilbers bei der Ablesung an einer besseren Stelle steht, indem man das Barometer für gewöhnlich etwas schräg aufhängt und nur während der Beobachtung in die verticale Lage bringt. Die genau senkrechte Stellung des Barometers bei der Ablesung ist nicht wegen der Erzielung des richtigen Höhenunterschiedes zwischen den Quecksilberoberflächen von Wichtigkeit, denn dieser stellt sich auch bei Schrägstellung von selbst her, sondern weil der Maassstab senkrecht stehen muss, wenn man den Höhenunterschied richtig messen will. Zur Vermeidung der Parallaxe (vgl. p. 14) sind verschiedenartige Vorrichtungen im Gebrauche, z. B. Spiegel, welche parallel dem Maassstab befestigt sind. Man beobachtet, wenn das Spiegelbild der Pupille sich auf derselben Höhe, wie die Stelle ist, wo die Ablesung geschieht, oder falls ein Schieber mit einer horizontalen Kante vorhanden ist, der sich an dem Maassstabe auf und ab bewegen lässt, so stellt man derart ein, dass die oberste Kante und ihr Spiegelbild sich gerade decken. Bei manchen Barometern ist kein Spiegel vorhanden, dagegen der Schieber so eingerichtet, dass sich ein Theil desselben vor, der andere hinter der Barometerröhre befindet, und dass sich zwei Punkte oder zwei Striche, etwa die unteren, an diesen Schiebern bei der richtigen Einstellung decken sollen. Man wird im Allgemeinen leicht erkennen können, in welcher Weise die Ablesung ohne Parallaxe bei einem Barometer von dem Constructeur beabsichtigt ist. Wichtig ist es dann aber, sich wirklich an die Befolgung dieser Absicht zu halten.

Correctionen.

Von den Correctionen, die an dem beobachteten Stande des Barometers anzubringen sind, ist als die allerbedeutendste, die bei gewöhnlicher Zimmertemperatur zwischen 2 und 3 mm betragende Temperaturcorrection zu erwähnen. Die Höhe der Quecksilbersäule ist nur dann maassgebend für den Druck, den sie ausübt, wenn die Dichte des Quecksilbers bekannt ist, diese verändert sich aber sehr erheblich mit der Temperatur. Bei den wissenschaftlichen Angaben über den Barometerstand wird der Einheitlichkeit halber, vorausgesetzt, dass die Dichte des Quecksilbers diejenige bei 0^0 sei. Wenn daher bei einer anderen Temperatur t beobachtet wird, so

muss zunächst berechnet werden, welche Höhe würde eine Quecksilbersäule von 0^0 haben, um denselben Druck auszuüben, wie die beobachtete von t^0. Die Höhen h_0 und h_t der beiden Säulen von Quecksilber von 0^0 und von t^0 verhalten sich umgekehrt wie die Dichten. Die Dichte Δ_0 bei 0^0 verhält sich aber zu der Dichte Δ_t bei t^0, wie $1 + \gamma t$ zu 1, wo γ der cubische Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers (0,000181) ist. Also würde

$$\frac{h_0}{h_t} = \frac{\Delta_t}{\Delta_0} = \frac{1}{(1 + \gamma t)},$$

d. h.
$$h_0 = \frac{h_t}{(1 + \gamma t)}$$

und, unter Berücksichtigung der Gesetze für die Rechnung mit sehr kleinen Grössen (vgl. p. 42),

$$h_0 = (1 - \gamma t)\, h_t.$$

Nun verändert sich nicht nur die Dichte des Quecksilbers mit der Temperatur, sondern ebenso, wenn auch um einen erheblich geringeren Betrag, die Länge des Maassstabes. Die Angaben desselben sollen sich gleichfalls auf die Länge bei 0^0 beziehen. Eine mit dem Maassstab verglichene Grösse wird bei höheren Temperaturen einen um so kleineren Werth ergeben, je länger der Maassstab geworden ist. Die für die Länge abgelesenen Werthe verhalten sich umgekehrt wie die Grösse der Theilstriche. Daher verhält sich die wahre Länge zur abgelesenen wie $(1 + \alpha t) : 1$, wobei α den linearen Ausdehnungscoefficienten des Maassstabes bedeutet. Wenn man den gemeinsamen Einfluss der Dichteänderung des Quecksilbers und der Ausdehnung des Maassstabes berücksichtigt, berechnet sich der wahre Barometerstand h'_0 aus dem abgelesenen h_t nach der Gleichung

$$h'_0 = (1 - \gamma t)(1 + \alpha t)\, h_t$$

oder unter Berücksichtigung des auf p. 42—43 Gesagten

$$h'_0 = [1 - (\gamma - \alpha)\, t]\, h_t.$$

Für Messing ist $\alpha = 0{,}000019$, für Glas $= 0{,}000008$. Der Werth von $\gamma - \alpha$ ist daher für eine Messingscala 0,000162, für eine Glasscala 0,000173.

Man kann statt nach dieser Formel zu rechnen, auch besondere Tabellen benutzen (vgl. Kohlrausch p. 410).

Wie oben erwähnt wurde, muss bei den Gefässbarometern noch die Verschiedenheit der Oberflächenspannungen berücksichtigt werden, welche eine Folge davon ist, dass sich die eine Oberfläche in einer verhältnissmässig engen Röhre, die andere

in einem weiten Gefäss befindet. Wenn der Luftdruck von dem im Gefäss befindlichen Quecksilber fortgenommen würde, so stände doch in Folge der Capillarkräfte das Quecksilber nicht in der Röhre gleich hoch wie im Gefäss. Man kann die Röhre als eine, wenn auch sehr weite Capillarröhre auffassen. Wasser und andere das Glas benetzende Flüssigkeiten würden in der Röhre eine nach oben concave Oberfläche annehmen, und in derselben höher stehen, wie im Gefäss, die Quecksilberoberfläche in der Röhre dagegen ist gegen oben convex, und reicht nicht bis zur Höhe des Niveaus im Gefäss. Auch beim Barometer muss aus diesem Grunde zu dem abgelesenen Stande ein Betrag addirt werden, der einerseits von der Weite der Röhre, andererseits von der Grösse der Capillarconstanten des Quecksilbers abhängig ist. Die Weite des Gefässes braucht deshalb nicht berücksichtigt zu werden, weil sie immer so gross gewählt wird, dass ein beträchtlicher Theil der Oberfläche eben ist. Die Röhrenweite wird am besten von dem Mechaniker vor der Zusammenstellung des Barometers bestimmt. Die Capillarconstante ist abhängig von der Beschaffenheit des Glases (der Röhrenwand) und des Quecksilbers, und durchaus nicht bei allen Barometern die gleiche. Nun äussert sich die Verschiedenheit der Capillarkraft bei verschiedenen Barometern auch in der Höhe des Meniscus, d. h. in der Höhe, bis zu welcher das Quecksilber sich an der höchsten Stelle über den Rand, wo sich Quecksilber und Glas berühren, erhebt. Man findet, nachdem die Höhe des Meniscus beobachtet ist, aus dieser und der Weite der Röhre in der Tabelle (p. 75) die Grösse der Capillardepression.

Dem Betrage nach erheblich kleiner als die eben behandelte Correction, aber im Gegensatz zu ihr bei beiden Arten von Barometern vorhanden, ist der Einfluss der Quecksilberdämpfe, welche den luftleeren Raum erfüllen. Ihre Spannkraft lässt sich aus der Temperatur t berechnen $= 0{,}004\, t$ mm. Bei 25° C. wird diese Correction demnach $\frac{1}{10}$ mm betragen, und zwar ist sie, da die Spannkraft der Dämpfe den Barometerstand herabdrückt, zu dem abgelesenen Werthe zu addiren.

Leider erlaubt die Einrichtung der wenigsten Barometer ohne weiteres die Untersuchung, in welchem Grade der durch das Quecksilber abgeschlossene Raum noch Luft enthält. An den Barometern, bei welchen diese Untersuchung möglich ist, wird sie nach Arago in der Weise durchgeführt, dass man das Volumen des abgeschlossenen Raumes um bestimmte Grössen variirt, und

dabei beobachtet, ob sich der Barometerstand überhaupt nicht verändert, — dann ist der Raum wirklich luftleer — oder, wenn er sich verändert, um welchen Betrag, dann lässt sich daraus der Luftinhalt berechnen. Die Veränderung des Volumens kann man beim Gefässbarometer in seiner einfachsten Form durch verschieden tiefes Eintauchen der Röhre in das Quecksilber des Gefässes erzielen, sonst auch durch Eingiessen von Quecksilber in das Gefäss, oder bei Heberbarometern in den offenen Schenkel.

Capillardepression des Quecksilbers.

Interpolirt nach Mendelejeff und Gutkowsky.
(Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik. 7. Aufl. p. 413.)

Durchmesser	Höhe des Meniscus in Millimetern							
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
4	0,83	1,22	1,54	1,98	2,37			
5	0,47	0,65	0,86	1,19	1,45	1,80		
6	0,27	0,41	0,56	0,78	0,98	1,21	1,43	
7	0,18	0,28	0,40	0,53	0,67	0,82	0,97	1,13
8		0,20	0,29	0,38	0,46	0,56	0,65	0,77
9		0,15	0,21	0,28	0,33	0,40	0,46	0,52
10			0,15	0,20	0,25	0,29	0,33	0,37
11			0,10	0,14	0,18	0,21	0,24	0,27
12			0,07	0,10	0,13	0,15	0,18	0,19
13			0,04	0,07	0,10	0,12	0,13	0,14

Aneroidbarometer.

Die meisten Aneroid- (oder Holosteric-) Barometer bestehen aus einer oder mehreren Dosen, welche durch sehr elastische, gewellte Metallmembranen abgeschlossen sind. Die Aenderung des Luftdruckes äussert sich in einer Verbiegung der Membranen. Die Grösse dieser Deformation wird entweder direct beobachtet oder durch die messbare Kraft einer Feder wieder rückgängig gemacht. Die Nachtheile solcher Barometer sind einerseits in den elastischen Nachwirkungserscheinungen begründet, welche die Ablesung abhängig von den vorhergehenden Schwankungen machen, in der Beeinflussung durch die Temperatur, eine Beeinflussung, deren Grösse durch Versuche festgestellt werden muss, und die auch die Nachwirkungserscheinungen betrifft, endlich in dem schon erwähnten

Umstande, dass die Angaben eines Aneroides mittelbar oder unmittelbar auf diejenigen eines Quecksilberbarometers zurückgeführt werden müssen. Die Aichung eines Aneroides hat in einem Gefäss zu geschehen, in dem man durch eine Luftpumpe den Luftdruck ändern und messen kann. Als Vortheil der Aneroidbarometer ist ihre leichte Transportirbarkeit zu erwähnen.

Bei den Ablesungen ist darauf zu achten, dass das Instrument Zeit hat, um die Temperatur der Umgebung anzunehmen, und dass man nicht durch Berührung der Metalltheile mit den Händen die Temperatur erhöht. Es ist daher anzuempfehlen, bei der Beobachtung das Instrument nicht aus seinem ledernen Etui herauszunehmen.

Das Thermometer.

Man unterscheidet unter den Quecksilberthermometern Stab- und Einschlussthermometer. Bei ersteren ist nur eine Glasröhre vorhanden, welche zugleich das Quecksilber enthält und auch die Theilung trägt, bei letzteren befindet sich die Theilung auf einer besonderen Scala, welche gegen die Röhre mit dem Quecksilber möglichst unverschiebbar befestigt ist, und die Scala sowohl wie diese Röhre sind von einem weiteren Glasrohr umgeben.

Die zu chemischen Zwecken gebräuchlichen Thermometer reichen meistens von — 20 oder — 30^0 bis entweder ungefähr 110^0 oder bis 360^0. Da das Quecksilber bei 360^0 siedet, so müssen Thermometer, welche zum Gebrauch bei noch höherer Temperatur bestimmt sind, auf besondere Art hergestellt werden. Das geschieht, indem man den von Quecksilber freien Innenraum des Thermometers mit Gasen (etwa Stickstoff) füllt. Solche Thermometer reichen bis über 450^0.

Für die Herstellung der Correctionstabellen eines Thermometers ist es wichtig, dass die Thermometerscala den Theilstrich für 0^0 einerseits und den für 100^0 andererseits einschliesst. Man bezeichnet die Punkte 0 und 100 als Fixpunkte, ihren Abstand als Fundamentalabstand (Fundamentaldistanz).

Auch diejenigen Thermometer, welche nur für bestimmte Intervalle dienen sollen, und welche zu lang werden würden, wenn sie bei überall gleicher Weite der Capillaren bis zu den Fixpunkten reichten, können mit controlirbaren Fixpunkten versehen sein dadurch, dass in der Capillaren zwischen dem zu verwendenden Intervall und den Fixpunkten Auftreibungen (Aufblasungen)

angebracht wurden, welche das Quecksilber bei seiner Ausdehnung durch die zwischenliegenden Grade anfüllen muss.

Es giebt indessen auch Thermometer — die zu medicinischen Zwecken gebräuchlichen gehören (leider) meistens dazu —, welche für kleinere Temperaturintervalle dienen sollen, und deren Scala die Fixpunkte nicht einschliesst. Bei diesen kann eine Aichung nur durch Vergleich mit einem anderen Thermometer stattfinden, dessen Correctionen bekannt sind (vgl. weiter unten).

Der Bestimmung der Temperatur mit dem Quecksilberthermometer liegt die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers in Glas zu Grunde, d. h. wir beobachten nicht die reine Ausdehnung des Quecksilbers, sondern nur den Ueberschuss dieser über die Ausdehnung des Glases. Der Werth eines Grades Celsius entspricht dem $\frac{1}{100}$ Theil dieser Ausdehnung zwischen dem Gefrierpunkt und dem Siedepunkt des Wassers (bei 760 mm Druck). Die Fehler des Thermometers können in Folge dessen sowohl daher rühren, dass die Fixpunkte auf der Scala falsch angegeben sind, wie daher, dass die Capillare nicht überall gleich weit ist, wodurch einer gleichen Ausdehnung des Quecksilbers nicht auch an allen Stellen der Scala eine gleiche Veränderung des Standes entspricht.

Es gehört demnach zur Prüfung eines Thermometers sowohl die Bestimmung der Fehler der Fixpunkte wie auch eine Vergleichung des Querschnittes der Capillaren an den verschiedenen Stellen der Scala.

A. Bestimmung des wahren Nullpunktes.

Man zerschlägt oder schabt reines Eis, wartet dann entweder bis soviel davon geschmolzen ist, dass die Zwischenräume zwischen den Eisstückchen vollständig mit Schmelzwasser angefüllt sind, oder man giesst Wasser in hinreichender Menge hinzu, um diese Lücken auszufüllen, und lässt das Gemisch eine stationäre Temperatur annehmen. Darauf steckt man das Thermometer so tief in das Gemisch ein, dass gerade noch der Nullpunkt oben herausragt, und liest, wenn der Stand des Thermometers constant geworden ist, ab. Hierbei darf vor allen Dingen nicht das unterste Ende des Thermometers in Schmelzwasser tauchen, das nicht reichlich mehr mit Eisstücken versehen ist. Die Parallaxe vermeidet man durch einen Spiegel, der an das Thermometer angedrückt wird u. s. w. (vgl. p. 14). Bei Thermometern aus den meisten Glassorten ist der Eispunkt abhängig von dem Alter des Instrumentes, sowie besonders von der

Behandlung, d. h. der Häufigkeit und Dauer von Erhitzungen, welche es erfahren hat.

Von der Zeit der Herstellung an rückt bei solchen Thermometern der Eispunkt allmählich in die Höhe in Folge einer langsamen Zusammenziehung des Gefässes (nach Joule können diese Veränderungen noch über Jahre hinaus verfolgt werden).

Eine kürzere Erhitzung bringt bei solchen Thermometern eine Senkung des Nullpunktes hervor, welche zum grösseren Theile schon nach Tagen, vollständig aber erst nach Monaten rückgängig wird. Für diese Depressionen des Nullpunktes beim Erwärmen hat man gefunden, dass die Erniedrigung bei manchen Glassorten proportional dem Quadrate der Temperaturen, zu denen man sie erhitzte, bei anderen Glassorten den Temperaturen selbst proportional ist.

Langes Erhitzen (2—50 Stunden) auf Temperaturen von 300° und darüber, kann dagegen den Nullpunkt bei manchen Glassorten um bedeutende Beträge (bis 14°) heben. Durch die langandauernde Erwärmung auf hohe Temperaturen, z. B. 24 Stunden auf 300°, wird das Thermometer für niedrigere Temperaturen beständiger. Als der bei einer Messung für die Thermometerscala gültige Nullpunkt ist derjenige zu wählen, welchen man gleich nach der Temperaturbeobachtung finden würde. Danach können also dieselben Angaben des Thermometers bei verschiedenen Versuchen verschiedene Bedeutung haben.

Glücklicherweise ist es nun durch Auffindung geeigneter Glassorten möglich gewesen, diese Variationen erheblich einzuschränken. Man hat nämlich erkannt, dass die Depressionen bei Glas, welches entweder kein Natrium oder kein Kalium enthält, erheblich geringer sind, als bei solchem, in dem beide zugleich vorhanden sind. Die Thermometer aus jenen Gläsern, die als Normalgläser bezeichnet werden, erfahren bei dem Erwärmen auf 100° kaum nachweisbare Aenderungen des Gefrierpunktes; sie werden von den Fabrikanten zur Unterscheidung mit einem Faden aus rothem Glas versehen, der die Instrumente der Länge nach durchzieht.

B. Bestimmung des Siedepunktes.

Der Punkt, welcher auf der Scala nach Celsius als 100° bezeichnet wird, entspricht der Temperatur des unter einem Drucke von 760 mm siedenden Wassers. Zur Bestimmung des Fehlers bei dieser Temperatur wird vielfach ein Siedegefäss benutzt, welches

aus Kupfer besteht, und die in der nebenstehenden Figur gezeichnete Form besitzt. Auf einem breiten cylindrischen Untersatz ist ein engerer, unten und oben offener Cylinder aufgesetzt. Der letztere ist von einem zweiten Cylinder umgeben, auf den oben ein in der Mitte durchbohrter Deckel aufgesetzt wird. Man bringt in dem untersten Gefäss Wasser zum Sieden. Die Dämpfe steigen in dem inneren Cylinder auf, kehren dann in dem Hohlraum zwischen innerem und äusserem Cylinder wieder um, so dass der innere Cylinder auch aussen von heissen Wasserdämpfen umspült wird, und treten durch die Oeffnungen bei A ins Freie. Durch diese Einrichtung wird verhindert, dass die das Thermometerrohr umgebende Wandung eine geringere als die Siedetemperatur annimmt, und dann durch Strahlung eine falsche Angabe des Thermometers verursacht. Das Thermometer soll sich möglichst bis zu dem Theilstrich 100 in den Dämpfen befinden. Man liest den Stand ab, wenn er constant geworden ist, natürlich wie immer mit Vermeidung der Parallaxe durch einen angelegten Spiegel.

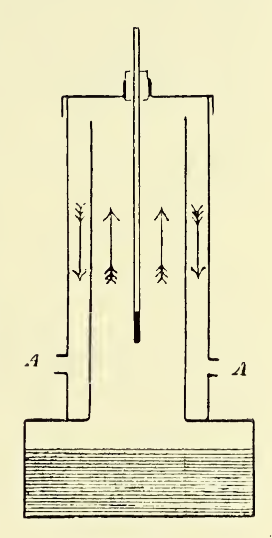


Fig. 16.

Da der Siedepunkt des Wassers abhängig vom Barometerstande ist, so muss auch dieser bestimmt werden. Der Siedepunkt t_b bei dem Barometerstand b berechnet sich zu

$$t_b = 100^0 + 0{,}0375\,(b - 760).$$

Die Differenz zwischen dem berechneten und dem gefundenen Werth für t_b ist zwar genau genommen gleich dem Fehler bei der Temperatur t_b, wir können sie aber auch als den Fehler bei 100^0 betrachten. Denn innerhalb weniger Grade, und t_b liegt jedenfalls in der Nähe von 100^0, ändert sich die Thermometercorrection nicht merklich.

C. Caliberfehler der Capillaren.

Nachdem die Fehler bei 0^0 und 100^0 bestimmt sind, würde man die Fehler bei anderen Temperaturen einfach durch Interpolation (vgl. p. 27) finden, vorausgesetzt, dass die Weite der Capillarröhre überall die gleiche wäre. Man hätte dann, um z. B. den

Fehler bei 25° zu finden, zu demjenigen bei 0° den vierten Theil des Unterschiedes hinzuzufügen zwischen dem Fehler bei 100° und dem Fehler bei 0° u. s. w. Die Voraussetzung, dass die Capillare überall gleichen Querschnitt habe, trifft aber in den seltensten Fällen zu, und diesem Umstand muss durch eine Untersuchung der Röhrenweite an verschiedenen Stellen Rechnung getragen werden. Man trennt zu dem Zwecke einen Quecksilberfaden ab, und misst seine Länge, wenn er an verschiedene Stellen der Röhre gebracht wird. Das Abtrennen des Fadens geschieht durch Aufstossen des Thermometers, mit dem Ende, an dem sich der Quecksilberbehälter nicht befindet, auf den Tisch. Es muss mit Vorsicht geschehen, und kostet, wenn man noch nicht geübt ist, leicht einige Thermometer. Bei Einschlussthermometern ist es häufig geradezu unmöglich, einen Faden abzutrennen, ohne dass sie bei der Operation zerbrechen.

Bei dem ersten Versuch, einen Faden herzustellen, können verschiedene Fälle eintreten. Zuweilen setzt sich das ganze Quecksilber in Bewegung, indem es sich an einer Stelle des Behälters loslöst. Man lässt es dann rasch zurückfliessen, indem man das Thermometer in aufrechter Stellung einige Male auf den Tisch aufstösst. Dadurch erreicht man oft, dass die Luftblase in dem Behälter, welche das Loslösen des Quecksilbers veranlasste, an die Mündung des Behälters aufsteigt, und bei dem nächsten Versuch der in der Röhre befindliche Quecksilberfaden an dieser Stelle sich vom übrigen Quecksilber trennt. Oft reisst der Quecksilberfaden schon beim ersten Versuch entweder an der Mündung des Behälters ab, oder an irgend einer Stelle in der Röhre. Auch dann wird im Allgemeinen der Faden noch nicht eine geeignete Länge besitzen. Sollen Correctionen des Thermometers von 20° zu 20° aufgestellt werden, so bedarf man eines abgetrennten Fadens von ungefähr 20° (19—21°) Länge. Will man die Correctionen von 50° zu 50° bestimmen, so muss auch der Faden ungefähr 50° lang sein. Ist der abgetrennte Faden um einige Grade, beispielsweise 4°, zu kurz oder zu lang gerathen, so lässt man ihn wieder zu dem übrigen Quecksilber zurücklaufen, und trennt auf's Neue ab, nachdem man das Thermometer um die 4° beziehungsweise erwärmt oder abgekühlt hat. Dabei rechnet man darauf, dass die Luftblase, welche vorher das Abreissen an einer bestimmten Stelle veranlasste, an dieser Stelle des Glases haften bleibt.

Hat man einen Faden von geeigneter Länge, z. B. ungefähr

20^0, hergestellt, so misst man seine Länge in Graden an verschiedenen Stellen der Scala, und zwar in unserem Falle zwischen 0^0 und 20^0, dann zwischen 20^0 und 40^0, 40^0 und 60^0, 60^0 und 80^0, 80^0 und 100^0. Bei einer Fadenlänge von 50^0 zwischen 0^0 und 50^0, 50^0 und 100^0 u s. w. Das Verschieben des Fadens geschieht wieder durch leises Aufklopfen des schräg gehaltenen Thermometers auf den Tisch. Es ist nicht nothwendig, dass der Faden bei der Abmessung mit einem Ende genau bei 0^0 liegt, denn in der Regel wird man bei Verschiebung des Fadens um einzelne Grade keine Differenz der Fadenlänge beobachten können. Durch einen untergelegten Spiegel vermeidet man die Parallaxe (vgl. p. 14).

Hat man in dieser Weise die Länge des Fadens statt zu 20^0 (a) zwischen

0 und 20	(0 und a)	zu	20,1	($a + \delta_1$)
20 und 40	(a und $2a$)	„	20,2	($a + \delta_2$)
40 und 60	($2a$ und $3a$)	„	20,3	($a + \delta_3$)
60 und 80	($3a$ und $4a$)	„	20,3	($a + \delta_4$)
80 und 100	($4a$ und $5a$)	„	20,5	($a + \delta_5$)

gefunden, so lassen sich mit Hülfe dieser Zahlen in Verbindung mit den vorher gefundenen Correctionen bei 0^0 und 100^0 die Fehler des Thermometers für die Theilstriche 20^0, 40^0, 60^0 und 80^0 ermitteln.

Wir wollen betreffs der Correctionen bei 0^0 und 100^0 annehmen, das Thermometer zeige in schmelzendem Eis $+ 0{,}3^0$ oder allgemein p_0 an, und aus der Siedepunktsbestimmung habe sich ergeben, dass es im Dampfe von Wasser, welches bei 760 mm Druck siedet, auf $100{,}6^0$ oder allgemein $100 + p_1$ stehen würde.

Die Strecke, welche der abgetrennte Faden an den verschiedenen Stellen der Scala einnimmt, entspricht jedenfalls immer derselben Anzahl von wahren Graden, und diesen Werth, den wahren Gradwerth des Fadens müssen wir zunächst berechnen. Denkt man sich den Faden derart in der Röhre verschoben, dass er das erste Mal genau bei 0^0 anfängt, das zweite Mal genau dort, wo er das erste Mal aufhörte u. s. w., so wird sein Ende beim fünften Male, wenn man einen Faden von circa 20^0 genommen hat oder beim $n$ten Male $\left(n = \frac{100}{a}\right)$, wenn man einen Faden von a Graden genommen hat, an der Stelle $100 + 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}5$ beziehungsweise $100 + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \cdots \delta_n$ stehen, d.h. 5 (bezw. n)mal der wahre Gradwerth des abgetrennten Fadens gleicht der Strecke

von 0^0 bis $101{,}4^0$ (von 0 bis $100 + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \cdots \delta_n$) auf der Scala. Nun ist die Strecke von $0{,}3^0$ bis $100{,}6^0$ $[(+ p_0)$ bis $(100 + p_1)]$ auf der Scala gleich 100 wahren Graden. Die Strecke von 0 bis $101{,}4^0$ $[0$ bis $(100 + \delta_1 + \cdots \delta_n)]$ auf der Scala beträgt also $101{,}1^0$ $(100 + p_0 - p_1 + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \cdots \delta_n)$ wahre Grade. Dies ist 5- bezw. n-mal der wahre Gradwerth des abgetrennten Fadens. Der wahre Gradwerth des abgetrennten Fadens beträgt also allgemein

$$\frac{100 + p_0 - p_1 + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \cdots \delta_n}{n}$$

oder in unserem speciellen Falle

$$\frac{100 + 0{,}3 - 0{,}6 + 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}5}{5} = 20{,}22.$$

Wir bezeichnen

$$\frac{p_0 - p_1 + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \cdots \delta_n}{n} \text{ als } \alpha.$$

Da $\frac{100}{n} = a$ ist, so haben wir dann

$$\frac{100 + p_0 - p_1 + \delta_2 + \delta_3 + \cdots \delta_n}{n} = a + \alpha.$$

In unserem speciellen Falle ist $a = 20^0$ und $\alpha = 0{,}22^0$. Der abgetrennte Faden, dessen wahrer Gradwerth also $a + \alpha$ (oder $20 + 0{,}22^0$) beträgt, reicht auf der Scala von 0^0 bis $20{,}1^0$. Wäre der Theilstrich 0 der Scala an der richtigen Stelle, so müsste der 20te ($a$te) Theilstrich 20,12, d. h. $20 + 0{,}22 - 0{,}1$, allgemein $a + \alpha - \delta_1$ wahre Grade anzeigen. Der doppelt genommene Faden würde sich vom Theilstrich 0 einerseits bis zu $0{,}1 + 0{,}2$ $(\delta_1 + \delta_2)$ über den Theilstrich 40 erstrecken. Sein Werth in richtigen Graden ist $2 . 20{,}22$ $(2a + 2\alpha)$, also wäre (wieder unter der Voraussetzung, dass der Theilstrich 0 correct sei), der Theilstrich 40 als $2 . 20 + 2 . 0{,}22 - 0{,}1 - 0{,}2 = 40{,}14$ oder $2a + 2\alpha - \delta_1 - \delta_2$ in wahren Graden zu bezeichnen.

Indem man sich in derselben Weise den abgetrennten Faden, vom Theilstriche 0 der Scala an, dreimal, viermal und fünfmal aufgetragen denkt, die entsprechenden Ueberlegungen anstellt, und jedesmal die Correction für den Theilstrich 0 ausser Acht lässt, findet man auch für die Theilstriche 60, 80, 100 der Scala die Werthe in richtigen Graden. Fassen wir die so erhaltenen und die oben schon gewonnenen Werthe zusammen, dann erhalten wir (unter der Annahme, dass der Theilstrich 0 der Scala richtig wäre) für

den Theilstrich der Scala:		den corrigirten Werth:	
20	20	+ 0,22 — 0,1	= 20,12
40	40	+ 2.0,22 — 0,1 — 0,2	= 40,14
60	60	+ 3.0,22 — 0,1 — 0,2 — 0,3	= 60,06
80	80	+ 4.0,22 — 0,1 — 0,2 — 0,3 — 0,3	= 79,98
100	100	+ 5.0,22 — 0,1 — 0,2 — 0,3 — 0,3 — 0,5	= 99,7,

oder allgemein für

den Theilstrich der Scala:		den corrigirten Werth:
a	a	$+ \quad a - \delta_1$.
$2a$	$2a$	$+ 2a - \delta_1 - \delta_2$
$3a$	$3a$	$+ 3a - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3$
. .	. .	. . . .
. .	. .	. . . .
na	na	$+ na - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 \cdots - \delta_n$.

Die Werthe rechts von den verticalen Strichen würden, abgesehen von der Abweichung des Theilstrichs 0, die jeweiligen Correctionen bedeuten.

Zieht man endlich noch die Abweichung des Nullpunktes in Betracht, so müssen sämmtliche Werthe noch um 0,3^0 (bezw. p_0) verkleinert werden, und die vollständig richtigen Werthe lauten

für den Theilstrich:		
0	— 0,3	= — 0,3^0
20	20 + 0,22 — 0,1 — 0,3	= 19,82^0
40	40 + 2.0,22 — 0,1 — 0,2 — 0,3	= 39,84
60	60 + 3.0,22 — 0,1 — 0,2 — 0,3 — 0,3	= 59,76
80	80 + 4.0,22 — 0,1 — 0,2 — 0,3 — 0,3 — 0,3	= 79,68
100	100 + 5.0,22 — 0,1 — 0,2 — 0,3 — 0,3 — 0,5 — 0,3	= 99,4.

Die Correctionen sind also allgemein:

für den Theilstrich:	
0	$- p_0$
a	$a - \delta_1 - p_0$
$2a$	$2a - \delta_1 - \delta_2 - p_0$
$3a$	$3a - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 - p_0$
—	— — — — — — —
na	$na - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 \cdots - \delta_n - p_0$.

Der Werth der Correction bei 100⁰ muss, wenn richtig gerechnet wird, gleich $- p_1$ sein. In der That hatten wir in unserem Beispiel $p_1 = 0{,}6$, und der corrigirte Werth für den Theilstrich 100 war 99,4.

Correction von Thermometerangaben für den herausragenden Faden.

Die Angaben eines Thermometers sind nur dann richtig, wenn sich das Instrument bis zur Stelle, wo abgelesen wird, auf gleicher Temperatur befindet. Gewöhnlich hat aber mindestens der obere Theil des Quecksilberfadens eine andere Temperatur wie der Quecksilberbehälter. Man corrigirt den dadurch entstehenden Fehler, indem man zu der Ablesung t

$$0{,}000156\, a\, (t - t_0)$$

hinzufügt, worin 0,000156 der Coefficient der scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers (in Glas), a die Länge des herausragenden Fadens in Graden und t_0 dessen mittlere Temperatur bedeutet. Ueber genauere Verfahren vgl. Kohlrausch, Leitfaden d. prakt. Phys. 7. Aufl. p. 83.

Vergleichung von Thermometern.

Man vergleicht Thermometer gewöhnlich, indem man sie in Flüssigkeitsbäder bringt, deren Temperatur allmählich verändert wird. Die Flüssigkeit muss ordentlich durcheinander gerührt, und die Wärmestrahlung durch schützende Hüllen (Filz) beschränkt werden.

Bestimmung des Siedepunktes einer Flüssigkeit.

Eine der wichtigsten Constanten, welche zur Identification von Substanzen und zur Beurtheilung ihrer Reinheit dienen, ist der Siedepunkt.

Es mag hier beispielsweise auf die Bedeutung der Siedepunktsbestimmung für die Untersuchung des Chloroforms hingewiesen werden. Lewin sagt (Nebenwirkungen der Arzneimittel, 1881, p. 208) in Bezug auf Vorkommnisse bei Operationen, wo „die schlechte Beschaffenheit des Chloroforms als wesentliches, causales Todesmoment“ anzusehen war: „Zur Sicherstellung nach dieser Richtung hin empfiehlt es sich, nach dem Vorgange von Hüter nur ein Chloroform

anzuwenden, mit dem vorher eine Siedepunktsbestimmung vorgenommen ist.“

Als Siedepunkt einer reinen Flüssigkeit gilt die Temperatur des Dampfes über der Flüssigkeit, wenn diese unter dem Druck von 760 mm Quecksilber siedet.

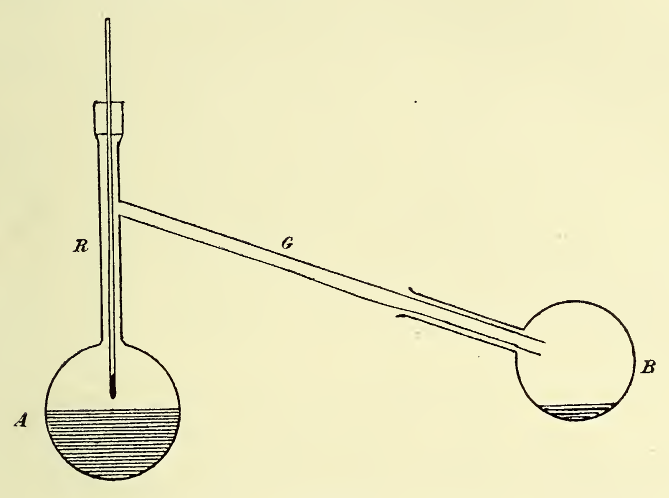


Fig. 17.

Zur Bestimmung des Siedepunktes dient ein Glasgefäss von der, in der Fig. 17 gezeichneten Form. Die Glaskugel A wird ungefähr bis zur Hälfte mit der Flüssigkeit gefüllt, das Thermometer durch einen Kork, welcher die Röhre R verschliesst, hindurchgesteckt, so dass der Quecksilberbehälter und womöglich auch die Scala des Thermometers bis über den Siedepunkt der Flüssigkeit hinaus (der durch einen Vorversuch bestimmt wird) von den Dämpfen umgeben ist. Das Ende des zweiten langen Glasrohrs G wird in einen Kolben B gesteckt, welcher aussen durch Wasser, Eis oder Kältemischung soweit abgekühlt wird, dass sich der Dampf in ihm condensirt.

Die Glaskugel A wird dann durch einen Bunsenbrenner stetig erhitzt, und man beobachtet die Temperatur, auf der das Thermometer sich einstellt, wenn die Flüssigkeit ins Sieden gekommen ist. Zwischen die Flamme und das Glas bringt man ein Metalldrahtnetz oder ein Stück Asbestpappe.

Die Condensation von Flüssigkeitstropfen am Thermometer kann unter Umständen Fehler verursachen. Um diese auszuschliessen, nimmt man nach einer vorläufigen Bestimmung das Thermometer

heraus, trocknet es ab, erwärmt es etwas über den erst beobachteten Siedepunkt, bringt es in die warmen Dämpfe zurück und wiederholt die Bestimmung.

Manche Flüssigkeiten zeigen leicht Siedeverzüge, namentlich bei Wiederholung des Versuchs, nachdem das Sieden kurz vorher einige Zeit stattgefunden hat. Dadurch bekommt man fehlerhafte Resultate, selbst wenn man erst nach Eintritt des Siedens beobachtet, weil der ganze Apparat eine zu hohe Temperatur annimmt, und diese noch einige Zeit während des Siedens behalten kann.

Um die Siedeverzüge bei den Beobachtungen zu vermeiden, füllt man womöglich für jeden neuen Versuch frische Flüssigkeit ein, und bringt in das Gefäss einige Schnitzel von Platin, wasserstoffhaltigem Palladium oder (nach Ostwald) Speckstein.

Wenn bei dieser Art des Verfahrens die beobachtete Siedetemperatur nicht während des Ueberdestillirens grösserer Mengen constant bleibt, so ist das ein Beweis dafür, dass die Flüssigkeit nicht rein ist, oder sich zersetzt. Dagegen kann aus der Constanz des beobachteten Siedepunkts nicht mit völliger Sicherheit geschlossen werden, dass die Flüssigkeit rein ist, denn in einigen, allerdings äusserst seltenen Fällen können in bestimmten Verhältnissen zusammengesetzte Gemische von Flüssigkeiten bei einer constanten Temperatur überdestilliren (vgl. D. Konowalow, Wied. Ann. 14, p. 34).

Noch mehr Täuschungen bei dem beschriebenen Verfahren der Siedepunktsbestimmungen können dadurch veranlasst werden, dass im Dampf über Lösungen von Substanzen, welche weit weniger flüchtig sind, als das Lösungsmittel, die Siedetemperatur des reinen Lösungsmittels beobachtet wird. Bei Salzlösungen hat man es gewöhnlich mit diesem Falle zu thun. Der richtige Siedepunkt solcher Lösungen, welcher erheblich höher liegen kann, als der des Lösungsmittels, ist die Temperatur, welche beim gleichmässigen Sieden in der Flüssigkeit selbst herrscht.

Auf diesem Wege einen Siedepunkt zu bestimmen ist allerdings viel schwieriger, wie sonst durch Beobachtung der Temperatur in den Dämpfen. Die Methode ist aber schon mit grosser Sorgfalt ausgearbeitet worden (vgl. E. Beckmann, Beiträge zur Bestimmung von Molekulargrössen. Ztschr. f. physik. Chemie 15. p. 656. 1894), da sie neuerdings in der physikalischen Chemie bei der Bestimmung von Molekulargewichten Bedeutung erlangt hat. Bei Lösung kleiner Mengen von Substanz in einer Flüssigkeit wird nämlich der

Siedepunkt der Flüssigkeit erhöht, und ceteris paribus ist die Siedepunktserhöhung umgekehrt proportional dem Molekulargewicht der gelösten Substanz. Apparate, welche für solche Bestimmungen geeignet sind, findet man am angeführten Orte beschrieben.

Einfluss des Luftdruckes auf den Siedepunkt.

Bei der Bestimmung des Siedepunktes darf der Einfluss des Luftdruckes nicht unterschätzt werden. Mit der Zunahme des Druckes steigt der Siedepunkt nicht unerheblich. Innerhalb des gewöhnlichen Bereiches des Luftdruckes kann man bei den meisten Flüssigkeiten als annähernd richtig das Gesetz annehmen, welches für Wasser streng gilt, dass nämlich der Siedepunkt für jeden Millimeter Quecksilberdruck um $0,0375^0$ erhöht wird.

Danach ist der Siedepunkt beim Druck von 760 mm (derjenige, welcher den Angaben meist zu Grunde liegt, wenn nichts besonderes bemerkt ist) aus demjenigen t bei dem Druck von b Millimetern nach der Formel

$$t_{760} = t - 0,0375\,(b - 760)$$

zu berechnen.

Bestimmung des Schmelzpunktes und des Gefrierpunktes.

Wie der Siedepunkt, so wird auch der Schmelzpunkt zur Identification von Substanzen oder zur Beurtheilung ihrer Reinheit benutzt.

Die wohl am häufigsten in den chemischen Laboratorien angewandte Methode zur Bestimmung des Schmelzpunktes ist folgende. Man stellt durch Ausziehen eine an einem Ende geschlossene, einige Centimeter lange, dünnwandige Glasröhre von 2 mm Weite her, bringt in diese die zu untersuchende Substanz, und befestigt die Röhre durch einen oder mehrere Kautschukringe, wie man sie durch Abschneiden von einem dünnen Kautschukschlauch erhält, an dem Thermometer, dann taucht man das Thermometer mit dem unteren Ende der die Substanz enthaltenden Glasröhre in eine hochsiedende Flüssigkeit, etwa concentrirte Schwefelsäure, in einem Becherglase, erwärmt die Flüssigkeit und beobachtet die Temperatur, bei welcher die Substanz zu schmelzen beginnt. Bei der Bestimmung der Temperatur muss der Einfluss des ausserhalb der Flüssigkeit befindlichen Quecksilberfadens (vgl. p. 84) berücksichtigt werden.

Namentlich wenn grössere Mengen von Substanz zur Verfügung stehen, kann zuweilen der Erstarrungspunkt mit grösserer Sicherheit

als der Schmelzpunkt bestimmt werden. Nicht in allen Fällen lässt sich der Vorgang beim Schmelzen als die genaue Umkehrung des Vorganges beim Erstarren betrachten. Bei manchen Substanzen, vor allen Dingen bei Gemischen oder bei Körpern, die durch Erwärmen aus einer Modification in eine andere übergehen, ferner bei Substanzen, welche sich unterkühlen oder überschmelzen lassen, kommen verschiedenartige Complicationen vor, welche den Einblick in die Vorgänge oft sehr erschweren. Manche Körper, wie Wachs und Selen, zeigen ein Erweichungsstadium, das dem Schmelzen vorausgeht. Beim Abkühlen von flüssigen Gemischen aus 2 Körpern constatirt man mehrere ausgezeichnete Temperaturen, eine erste, welche abhängig von dem Mischungsverhältniss ist, wenn die Ausscheidung der einen Substanz beginnt, eine zweite, bei welcher auch die andere Substanz sich mit ausscheidet.

Körper, welche sich unterkühlen, d. h. welche sich unter den Gefrierpunkt abkühlen lassen ohne zu erstarren, erwärmen sich bei geringeren Graden der Unterkühlung zwar meist bis auf den Gefrierpunkt, sobald das Festwerden beginnt, können bei stärkeren Graden der Unterkühlung aber auch völlig erstarren, ohne dass die Temperatur des Gefrierpunkts wieder erreicht wird. Selbst davon abgesehen, veranlassen die schnellen Temperaturänderungen, welche nach Unterkühlung beim Erstarren eintreten, Unsicherheit in der Beobachtung, so dass man unter allen Umständen bei der Bestimmung des Erstarrungspunktes die Unterkühlung zu vermeiden trachtet. Das gelingt dadurch, dass man zwar das erste Mal bis zum Beginn des Erstarrens abkühlt, dann unter fortwährendem Umrühren soweit erwärmt, bis nur noch sehr wenig, aber doch etwas feste Substanz übrig ist, und das Thermometer blos um Bruchtheile eines Grades über die Stellung, welche es beim Erstarren einnahm, steigt, und darauf wieder abkühlt. Durch das Vorhandensein der festen Substanz wird die Unterkühlung vermieden, das Thermometer fällt bis zum richtigen Erstarrungspunkt, und bleibt dort einige Zeit constant stehen, während eine weitere Ausscheidung fester Substanz stattfindet. Man kann dann den Versuch wiederholen, indem man abermals erwärmt, bis die Substanz, mit Ausnahme eines kleinen Restes, verflüssigt ist, und wieder bis zur vermehrten Abscheidung abkühlt. Es darf unter allen Umständen nur wenig feste Substanz beim Aufthauen übrig bleiben, weil sonst für den Fall, dass ein Gemisch mehrerer Körper vorhanden ist, das Mischungsverhältniss in der Flüssigkeit zu sehr von demjenigen abweicht, welches sich ergiebt,

wenn man die ganze vorhandene Substanz berücksichtigt, und in Folge dessen der Erstarrungspunkt eines veränderten Körpers, nicht des gegebenen bestimmt wird.

Luftfeuchtigkeit.

Der Feuchtigkeitsgehalt der Luft spielt bei der Beurtheilung der klimatischen Verhältnisse eine so wichtige Rolle, dass es für den Arzt von Bedeutung ist, die physikalischen Gesetze, welche ihn beherrschen, und die Methoden zu seiner Bestimmung kennen zu lernen.

Die Luft kann bei einer bestimmten Temperatur einen sehr verschiedenen Gehalt an Wasser besitzen. Dieser Gehalt kann aber nicht ins Unbegrenzte gesteigert werden, sondern für jede Temperatur existirt ein Maximalgehalt, bei dem die Luft mit Feuchtigkeit gesättigt ist. Genaue Tabellen enthalten für jede Temperatur den Gehalt von Feuchtigkeit, der zur Sättigung genügt. Bei höheren Temperaturen kann die Luft mehr Feuchtigkeit aufnehmen als bei tieferen. Man bezeichnet als absolute Feuchtigkeit die Anzahl von Grammen Wasser, welche ein Cubikmeter Luft enthält. Die andere Definition, nach der die absolute Feuchtigkeit gleich dem Wassergehalt eines Cubikcentimeters Luft in Grammen ausgedrückt wird, ist wegen der Kleinheit der Zahlen unbequem, und daher in der Praxis weniger gebräuchlich. Der Werth nach dieser Definition würde der millionste Theil des obigen sein.

Für das richtige Verständniss von einigen der zur Bestimmung der Luftfeuchtigkeit angewandten Apparate ist es erforderlich, über den Zusammenhang zwischen dem Gehalt der Luft an Wasserdämpfen und den von diesen ausgeübten Spannkräften unterrichtet zu sein.

Der Druck eines Gemisches von Gasen oder Dämpfen setzt sich nach dem Dalton'schen Gesetz aus den Theildrucken zusammen, welche die Bestandtheile einzeln ausüben würden, wenn die vorhandene Menge eines jeden von ihnen allein in dem vom Gasgemisch ausgefüllten Raum vorhanden wäre.

Nun hängt die Dichte eines ungesättigten Dampfes nach dem Boyle-Charles'schen Gesetz von der Temperatur und dem Drucke ab, und lässt sich für die verschiedensten Drucke und Temperaturen berechnen, wenn man sie für ein besonderes Paar von solchen kennt. Mit der Dichte ist uns aber sofort das Gewicht eines Cubikmeters von dem Dampfe gegeben, und somit auch — da,

wie eben erwähnt wurde, die Anwesenheit eines anderen Dampfes auf den Zusammenhang zwischen Dichte, Temperatur und Spannung keinen Einfluss ausübt — in unserem Falle der Feuchtigkeitsgehalt der Luft.

Wenn also bei der Temperatur t der Wasserdampf in der Luft den Druck e ausübt, so werden wir den Ausdruck für den Feuchtigkeitsgehalt f der Luft folgendermaassen gewinnen. Die Dichte des Wasserdampfes bei 0^0 und 760 mm Quecksilberdruck ist 0,623, d. h. 1 cbm Wasserdampf von der Temperatur 0^0 und dem Druck einer Atmosphäre wiegt 0,623 mal so viel als ein Cubikmeter Luft (da man die Dampfdichten auf Luft als Einheit bezieht). Nun wiegt 1 cbm Luft (bei 0^0 und einer Atmosphäre Druck) 1293 g, also ist das Gewicht von 1 cbm Wasserdampf bei 0^0 und einer Atmosphäre Druck $= 0{,}623 \,.\, 1293$ g. Nach dem Boyle'schen und dem Charles'schen Gesetze wiegt demnach 1 cbm Luft bei der Temperatur t^0 und dem Druck e mm

$$\frac{0{,}623 \,.\, 1293}{(1 + \alpha t)} \cdot \frac{e}{760}$$

(worin α den Ausdehnungscoefficienten der Gase 0,00367 bedeutet). Denn nach diesen Gesetzen verhält sich die Dichte eines Gases bei dem Druck e und der Temperatur t zu derjenigen bei dem Druck 760 und der Temperatur 0^0 wie $e\,(1 + \alpha \cdot 0)$, oder kurz e, zu $760\,(1 + \alpha t)$.

Es beträgt also auch der Feuchtigkeitsgehalt f der Luft, wenn t die Temperatur derselben und e die Spannkraft des Wasserdampfes ist,

$$f = \frac{0{,}623 \,.\, 1293}{(1 + \alpha t)} \cdot \frac{e}{760} = \frac{1{,}06\, e}{1 + 0{,}00367\, t}.$$

Die Gleichung lässt sich natürlich auch umgekehrt anwenden, um die Spannkraft des Wasserdampfes zu finden, wenn der Feuchtigkeitsgehalt der Luft und die Temperatur bekannt sind. Man findet

$$e = \frac{f}{1{,}06}\,(1 + 0{,}00367\, t) = 0{,}943\,(1 + 0{,}00367\, t).$$

Da, wie oben erwähnt, Luft von höherer Temperatur mehr Feuchtigkeit enthalten kann, wird die Luft, welche bei einer Temperatur t noch nicht ihren Maximalgehalt von Feuchtigkeit besitzt, bei einer bestimmten niedrigeren Temperatur τ mit demselben Gehalt gesättigt sein. Je weniger Feuchtigkeit die Luft bei t Grad enthielt, um so tiefer ist die Temperatur τ. Man bezeichnet τ als den Thaupunkt. Erniedrigt sich die Temperatur noch unter

den Thaupunkt, so muss ein Niederschlag von Feuchtigkeit in flüssiger oder fester Form stattfinden.

Das Verhältniss der bei der Temperatur t vorhandenen zur grössten bei dieser Temperatur möglichen Feuchtigkeit heisst relative Feuchtigkeit.

Hygrometer von Daniell und von Regnault.

Zur Ermittelung des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft kann man sich zunächst der Bestimmung des Thaupunktes bedienen. Man erniedrigt zu diesem Zwecke die Temperatur eines Körpers, bis sich Wasser auf demselben zu condensiren beginnt. Zu dem gefundenen Thaupunkte τ sucht man in der Tabelle (S. 92) den entsprechenden Maximalgehalt auf.

Hierbei ist noch eine kleine Correction zu berücksichtigen, die von der Contraction der Luft in der Nähe des abgekühlten Körpers herrührt. Die Volumen eines Gases oder Gasgemisches bei t und τ Grad verhalten sich zu einander wie $(1 + \alpha t)$ zu $(1 + \alpha \tau)$. Enthält 1 m eines Gasgemisches n g Wasserdampf bei τ^0, so wird 1 m des unter demselben Drucke stehenden Gasgemisches bei t Grad (der Temperatur des Beobachtungsraumes) nur $\frac{1 + \alpha\tau}{1 + \alpha t} n$ g enthalten. Man hat also den für den Thaupunkt gefundenen Maximalgehalt mit $\frac{1 + \alpha\tau}{1 + \alpha t}$ zu multipliciren (worin $\alpha = 0{,}00367$ ist).

Die aus der Tabelle zu entnehmende Spannkraft ist dagegen ohne weitere Correction gültig.

Einrichtung der Hygrometer.

Das Hygrometer von Daniell (Fig. 18, p. 93) besteht aus zwei Glaskugeln von einigen Centimetern Durchmesser, welche durch eine U-förmig gebogene Glasröhre miteinander verbunden sind. Im Innern dieses Systems befindet sich genug flüssiger Aether, um eine der Kugeln beinahe anzufüllen. Die Luft ist möglichst entfernt worden, indem man den Aether in den Kugeln kochte, während die Gefässe noch mit der äusseren Luft in Verbindung standen, und die Oeffnung im Glas dann zuschmolz. Die eine Kugel, in der Figur die linke, trägt um die Mitte eine Zone von eingebranntem Gold, auf der man einen Feuchtigkeitsniederschlag sehr viel leichter erkennt, als auf Glas, und in dem der Kugel nächsten Theil der Verbindungsröhre steht ein kleines Thermometer, dessen Quecksilberbehälter sich in der Kugel befindet. Die zweite Kugel ist mit einer Schicht von Gaze

Spannkraft e des Wasserdampfes in mm Quecksilber und Gewicht f des Wasserdampfes in 1 cbm in Grammen, gesättigt bei der Temperatur t.

Nach Magnus und Regnault.

Aus Kohlrausch, Leitfaden d. prakt. Phys. p. 411.

t	e	f	t	e	f	t	e
	mm	g/cbm		mm	g/cbm		mm
— 10°	2,2	2,4	20	17,4	17,2	55	117,4
— 9	2,3	2,5	21	18,5	18,2	56	123,2
— 8	2,5	2,7	22	19,6	19,2	57	129,2
— 7	2,7	2,9	23	20,9	20,4	58	135,4
— 6	2,9	3,1	24	22,2	21,6	59	141,9
— 5	3,2	3,4	25	23,5	22,8	60	148,7
— 4	3,4	3,7	26	25,0	24,2	61	155,7
— 3	3,7	4,0	27	26,5	25,6	62	163,0
— 2	3,9	4,2	28	28,1	27,0	63	170,6
— 1	4,2	4,5	29	29,7	28,5	64	178,6
0	4,6	4,9	30	31,5	30,1	65	186,9
+ 1	4,9	5,2	31	33,4		66	195,4
2	5,3	5,6	32	35,4		67	204,3
3	5,7	6,0	33	37,4		68	213,5
4	6,1	6,4	34	39,6		69	223,0
5	6,5	6,8	35	41,9		70	232,9
6	7,0	7,3	36	44,2		71	243,3
7	7,5	7,8	37	46,7		72	253,9
8	8,0	8,2	38	49,3		73	265,0
9	8,5	8,7	39	52,1		74	276,4
10	9,1	9,3	40	54,9		75	288,3
11	9,8	10,0	41	57,9		76	300,6
12	10,4	10,6	42	61,1		77	313,4
13	11,1	11,2	43	64,4		78	326,6
14	11,9	12,0	44	67,8		79	340,2
15	12,7	12,8	45	71,4		80	354,4
16	13,5	13,5	46	75,2		81	369,0
17	14,4	14,4	47	79,1		82	384,2
18	15,3	15,2	48	83,2		83	399,9
19	16,3	16,2	49	87,5		84	416,1
20	17,4	17,2	50	92,0		85	432,7
			51	96,6		86	450,1
			52	101,5		87	467,9
			53	106,6		88	486,4
			54	111,9		89	505,4

bekleidet. Beim Anfang einer Bestimmung giesst man den ganzen in dem Apparat befindlichen Aether in die erste, linke Glaskugel hinüber, und träufelt aus einem Fläschchen soviel von derselben Flüssigkeit auf das Aeussere der zweiten Kugel, dass die Gaze stets benetzt ist. Der Aether auf der Gaze verdunstet schnell, und erzeugt hierdurch in der zweiten Kugel eine starke Abkühlung. In Folge dessen destillirt der Aether aus der wärmeren, ersten

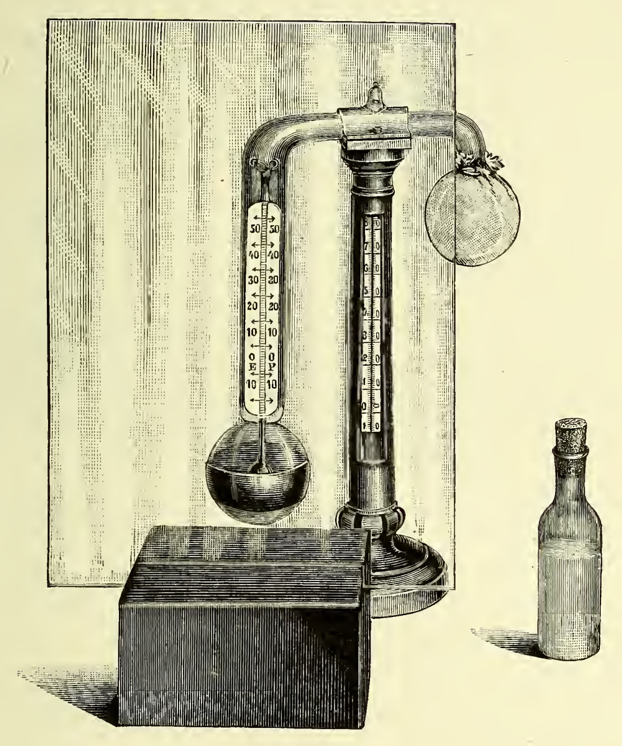


Fig. 18.

Kugel in die kältere zweite über, so dass sich auch die erste Kugel bedeutend abkühlt. Die Destillation findet ziemlich schnell statt, da wenig Luft in dem Apparat vorhanden ist.

Man beobachtet nun während der Abkühlung den Stand des Thermometers, und notirt ihn in dem Moment, wo der erste Hauch auf der metallischen Zone erscheint.

Das neuere Hygrometer von Regnault besteht aus zwei Reagensgläsern, deren untere Theile mit einer dünnen, glänzenden

Metallschicht bedeckt sind. In das eine dieser Gläser bringt man Aether, und verschliesst es durch einen dreifach durchbohrten Kork. Die Durchbohrungen dienen zur Einführung eines Thermometers und zweier Glasröhren, von denen die eine bis in den Aether taucht. Die Glasröhre, welche nicht bis zum Aether reicht, verbindet man mit einem Aspirator. Setzt man nun letzteren in Thätigkeit, dann wird mit Aether gesättigte Luft aus dem Gefäss gesogen; dafür treten stets neue Luftblasen durch die unter dem Aether mündende Röhre ein, und nehmen ihrerseits Aetherdämpfe mit sich hinweg. Durch die so bewirkte Verdunstung des Aethers sinkt die Temperatur, und man beobachtet wieder die Einstellung des Thermometers, wenn auf der glänzenden Metallschicht ein Belag von Feuchtigkeit sichtbar wird.

Die Bestimmung dieses Punktes wird bei dem Regnault'schen Apparat noch dadurch erleichtert, dass man die metallische Fläche, welche sich beschlägt, immer mit derjenigen an der anderen Glasröhre vergleichen kann. Zugleich dient die zweite Glasröhre noch zur Aufnahme eines Thermometers, an welchem man die Temperatur des Beobachtungsraumes abliest. Dies Thermometer steht, was nicht ohne Wichtigkeit ist, in Bezug auf den Einfluss äusserer Strahlung nahezu unter denselben Bedingungen wie dasjenige, mit dem der Thaupunkt ermittelt wird.

Bei manchen Apparaten ist es nicht nothwendig, einen dreifach durchbohrten Kork auf den Behälter für den Aether anzubringen, weil an den Behälter selbst eine kurze Glasröhre angeschmolzen ist, welche mit einer Messingröhre am Gestell des Hygrometers verbunden ist, so dass der Aspirator an das Messingrohr angesetzt wird, und durch dieses die Luft aussaugt.

Als **Aspirator** dient gewöhnlich ein grösseres Gefäss aus Blech, an dem sich unten und oben je eine durch einen Hahn verschliessbare Röhre befindet. Man füllt zuerst das Gefäss mit Wasser, verbindet die obere Röhre durch einen Gummischlauch mit dem Hygrometer, öffnet dann beide Hähne, und lässt das Wasser in ein anderes, untergestelltes Gefäss ablaufen. Man kann auch aus irgend einer grösseren Glasflasche, einem durchbohrten Korkstopfen als Verschluss derselben, und einigen Glasröhren, Gummischläuchen und Quetschhähnen einen brauchbaren Aspirator zusammenstellen.

Das Instrument von Regnault hat unzweifelhaft eine Reihe von Vorzügen vor demjenigen von Daniell, doch eignet es sich für manche

Zwecke deshalb weniger, weil zu seiner Benutzung der Aspirator erforderlich ist.

Namentlich bei der ersten Beobachtung wird man schwerlich für den Thaupunkt einen genauen Werth erhalten. Es bedarf daher einer oftmals wiederholten Bestimmung, und man verfährt auch so, dass man mit der Abkühlung inne hält, sobald man den Hauch sieht, und beim Ansteigen der Temperatur den Punkt festzustellen sucht, wo der Hauch anfängt abzunehmen. Aus vielen Beobachtungen, sowohl vom ersten Erscheinen des Hauchs wie vom Beginn seiner Abnahme, erhält man als Mittel den Thaupunkt.

Bei dem Instrument von Regnault soll womöglich die Wirkung des Aspirators so regulirt werden, dass die Temperatur innerhalb einiger Zehntel Grad constant ist, während der Hauch abwechselnd erscheint und wieder verschwindet.

Als Vorsichtsmaassregeln seien noch folgende erwähnt. Man verhindert durch eine zwischen sich und den Apparat gestellte Glasplatte, dass Athem die Kugel trifft. Auch die Hand darf nicht in die Nähe des Gefässes gebracht werden, auf dem sich das Wasser niederschlägt.

Durch ein Papier, welches man zwischen die Kugeln aufstellt, vermeidet man, dass sich der schwere Aetherdampf um die Kugel senkt, auf der sich der Thau niederschlagen soll.

Ferner sucht man durch Schütteln des Apparates mit seinem Flüssigkeitsinhalt zu erreichen, dass die Temperatur im Inneren des Gefässes die gleiche ist, wie diejenige an der Oberfläche, auf die es eigentlich ankommt.

Psychrometer von August.

Das Psychrometer von August, ein anderes zur Bestimmung des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft sehr bequemes und viel benutztes Instrument, beruht auf einem ganz anderen Gedanken, wie die beschriebenen Hygrometer. Es (Fig. 19) besteht im Wesentlichen aus zwei Thermometern, welche sich an einem Stative befestigen lassen, und von denen das eine um seinen Quecksilberbehälter eine Hülle von Leinewand trägt. Man tränkt die Hülle mit Wasser, und dieses verdunstet um so schneller, je trockener die Luft ist. Durch die Verdunstung wird das Thermometer, an welchem sich die feuchte Hülle befindet, abgekühlt. Der Grad der Abkühlung richtet sich nach der Stärke der Verdunstung, also nach der Trockenheit der Luft. Man liest an dem angefeuchteten

Thermometer ab, wenn die Temperatur ihren tiefsten Stand t' erreicht hat, und notirt die gleichzeitige Angabe t des anderen (trockenen) Thermometers. Ausserdem beobachtet man noch den Barometerstand b (in mm). Dann kann man die Spannung e des Wasserdampfes nach der Formel berechnen,

$$e = e' - 0{,}00080\, b\, (t - t'),$$

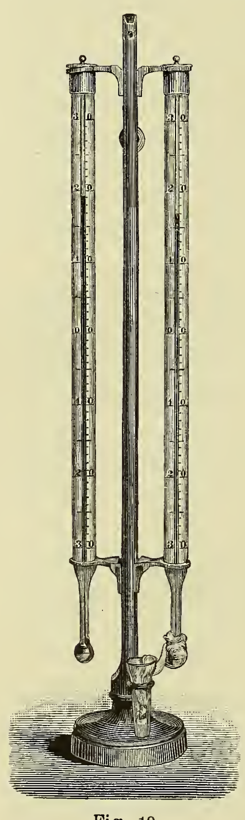


Fig. 19.

worin e' die aus der Tabelle (p. 92) zu entnehmende Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes bei der Temperatur t' ist. Diese Formel hat nur Gültigkeit, wenn t' über 0^0 liegt, wenn t' unter 0^0 sinkt, muss man die Formel durch folgende ersetzen:

$$e = e' - 0{,}00069\, b\, (t - t').$$

Die Ableitung dieser Gleichungen können wir hier übergehen, was in diesem Fall um so eher gestattet sein mag, als eine wirklich befriedigende Theorie, welche auch die in die Gleichung eingehenden Constanten 0,0008 bezw. 0,00069 berechnen lässt, durch die Complication der Verhältnisse beinahe ausgeschlossen ist. Dass es in der That schwer sein muss, in der Ableitung den äusseren Umständen Rechnung zu tragen, ergiebt sich schon daraus, dass die Constante 0,00080 nur gilt, wenn in freier, mässig bewegter Luft beobachtet wird. Für Bestimmungen in kleinen geschlossenen Zimmern kann die Constante einen um 50% grösseren Werth annehmen.

Man betrachtet daher wohl am besten die Gleichungen wesentlich als Ausdruck vieler Versuchsergebnisse und sucht möglichst bei der Beobachtung diejenigen Verhältnisse herzustellen, für welche die Constanten am zuverlässigsten bekannt sind.*) Um beispielsweise die Constante 0,00080 benutzen zu können, die für freie, mässig bewegte Luft gilt, hängt man das Gestell mit dem feuchten Thermometer bei Beobachtungen im Zimmer an einem

*) Ueber die Ableitungen der Psychrometerformeln vergl. d. unten citirte Werk p. 1 ff.

Faden auf, und hält es durch gelegentliche Anstösse in langsam pendelnder Bewegung.

Wie man aus der Spannung des Wasserdampfes dessen Dichte, also den Feuchtigkeitsgehalt der Luft findet, haben wir oben (p. 89—90) dargethan.

Bei Anstellung grösserer Beobachtungsreihen ist die Benutzung von Psychrometertafeln*) zu empfehlen, durch welche man der Rechnung überhoben ist.

An den Psychrometern bringt man zuweilen noch eine kleine Vorrichtung an, die verhindern soll, dass das angefeuchtete Thermometer trocknet, ehe die Temperatur ihren richtigen, tiefsten Stand erreicht hat. Die Vorrichtung besteht in einem Glasgefäss zur Aufnahme von Wasser, welches durch Docht mit der Leinwandumhüllung verbunden wird. Der Docht leitet das Wasser langsam aus dem Glasbehälter zum Thermometer.

Absorptionshygrometer.

Die bisher beschriebenen Instrumente zur Bestimmung der Luftfeuchtigkeit, mit denen entweder der Thaupunkt oder die beim Verdunsten von Wasser erzielte Abkühlung beobachtet wird, sind diejenigen, welche für physikalische und meteorologische Zwecke am häufigsten benutzt werden. Doch giebt es noch eine ganze Reihe von Feuchtigkeitsmessern, die auf anderen Gedanken beruhen.

Ein im Princip sehr einfaches Verfahren, welches man aber aus dem Grunde selten anwendet, weil es in den meisten Fällen zu zeitraubend sein würde, ist die Methode der Absorption und Wägung. Ein gemessenes Quantum Luft wird durch Gefässe geleitet, in welche man Chlorcalcium, mit concentrirter Schwefelsäure, getränkte Bimsteinstücke oder Phosphorsäureanhydrid gebracht hat. Diese Substanzen entziehen der Luft den Wasserdampf. Man braucht zur Bestimmung des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft die Gefässe nur vor und nach dem Durchleiten zu wägen. Die Methode erfordert nicht nur für jede Bestimmung recht viel Zeit, sondern ist auch für manche Zwecke aus anderen Gründen

*) C. Jelinek, Psychrometer-Tafeln für das hunderttheilige Thermometer, nach H. Wild's Tafeln bearbeitet. pp. 105. Vierte erweiterte Auflage. Wien 1894. K. K. Hof- und Staatsdruckerei. Commissions-Verlag bei W. Engelmann, Leipzig.

wenig brauchbar. Denn die nothwendigen Apparate sind z. B. für den Transport durchaus nicht geeignet. Trotzdem ist sie nicht ohne Werth, schon deshalb, weil sie auf sehr einfachen Grundsätzen beruht, und sie kann allenfalls zur Controle anderer Apparate angewandt werden.

Mittelst der Absorption führt auch noch ein anderes Verfahren zur Bestimmung der Luftfeuchtigkeit. Doch wird nicht, wie bei dem vorigen, direct die Menge des Wasserdampfes, sondern seine Spannkraft ermittelt. Das geschieht folgendermaassen. Ein Glasgefäss ist an einem Ende durch einen Hahn verschliessbar, während sich an dem anderen eine U-förmig gebogene Röhre befindet. In die letztere bringt man etwas Flüssigkeit, so dass sich der Unterschied zwischen dem Druck in- und ausserhalb des Gefässes durch die Differenz der Niveaus in den beiden Schenkeln der gebogenen Röhre ergiebt. So lange der Hahn am Gefässe geöffnet ist, besteht Communication des inneren und äusseren Raumes, und die beiden Niveaus in der Röhre, welche als Manometer dient, müssen gleich hoch stehen. Das bleibt auch der Fall, wenn in das Gefäss eine, die Feuchtigkeit stark absorbirende Substanz, z. B. concentrirte Schwefelsäure, gebracht wird. Sobald aber dann der Hahn am Gefäss geschlossen wird, entzieht die Schwefelsäure der im Gefässe enthaltenen Luft alle Feuchtigkeit, und es zeigt sich am Manometer ein Druckunterschied zwischen innen und aussen.*)

Haarhygrometer.

Apparate, welche unter den zur Ermittelung der Luftfeuchtigkeit bestimmten eine ähnliche Rolle spielen, wie etwa die Aneroide unter den Barometern, d. h. solche, die sich durch grosse Bequemlichkeit aber keine grosse Zuverlässigkeit auszeichnen, sind die Haarhygrometer (von Saussure). Ihrer Construction liegt die Eigenschaft vieler organisirter Körper, speciell der Haare zu Grunde, in feuchter Luft Wasserdampf aufzusaugen und dadurch ihr Volumen zu vergrössern. Ein langes und entfettetes Haar wird am einen Ende mit einem festen Rahmen, am anderen mit dem Umfang eines kleinen drehbaren Rädchens verbunden. Verändert das Haar seine Länge, so rotirt das Rädchen, und ein an diesem angebrachter, langer Zeiger, der auf einer Theilung spielt,

---

*) Vgl. Müller-Pouillet's Lehrbuch d. Physik u. Meteorologie. 8. Auflage, herausgegeben v. Pfaundler. 1879. Bd. II, 2. p. 631—2.

lässt auch kleine Unterschiede durch verhältnissmässig grosse Ausschläge erkennen. Die Scala soll die relative Feuchtigkeit in Procenten der absoluten angegeben. Da aber das Gesetz der Ausdehnung des Haares als Function der Feuchtigkeit je nach der Sorte und Behandlung des Haares ganz verschieden sein kann, so ist es begreiflich, dass eine Scala selbst dann nicht für zuverlässig gelten darf, wenn der Anfang und das Ende derselben, d. h. der Nullpunkt für vollständig getrocknete, und der 100-Punkt für ganz mit Feuchtigkeit gesättigte Luft stimmen. Diese Punkte sind natürlich am einfachsten zu controliren; denn es genügt, das Hygrometer einmal in einem Gefäss zu beobachten, aus dem alle Feuchtigkeit, durch Phosphorsäureanhydrid z. B., entfernt ist, das andere Mal in einem Gefäss, in welchem man durch hereingebrachte feuchte Lappen oder dergl. vollständige Sättigung erzielt hat. Dazwischenliegende Punkte der Scala sind entschieden schwieriger auf ihre Richtigkeit zu prüfen; man muss eine ganze Reihe von Vergleichsbestimmungen mit zuverlässigeren Apparaten vornehmen.

Optische Messungen.

Linsen (Brillengläser).

Die Stärke der Brillengläser wird durch Zahlen ausgedrückt, welche in irgend einer Form die Brennweiten oder Krümmungsradien der Linsen erkennen lassen. Früher wurden die Maasse in Zollen angegeben, und man bezeichnete ein Glas, dessen Krümmungsradius beiderseitig 30 Zoll war, durch die Zahl $\frac{1}{30}$. In Folge des Umstandes, dass das zu den Brillen verwandte Glas nahezu den Brechungsexponenten 1,5 besitzt, stimmt die Brennweite eines Glases, das auf beiden Seiten denselben Krümmungsradius r hat, mit diesem Krümmungsradius überein. Denn die Brennweite F hängt von den Krümmungsradien r_1 und r_2 der beiden Linsenflächen und dem Brechungsindex n nach der Formel zusammen

$$\frac{1}{F} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Ist also beiderseits derselbe Krümmungsradius r vorhanden und $n = 1{,}5$, so wird

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\frac{2}{r},$$

also

$$F = r.$$

Man bezeichnete demnach z. B. mit $\frac{1}{30}$ das Glas, welches die Brennweite von 30 Zoll (30″) besitzt. Zugleich wendete man aber noch für dieselbe Linse die Benennung „Glas 30“ an. Irrthümer sind trotz dieser doppelten Bezeichnungsweise ausgeschlossen, da Gläser mit Brennweiten von Bruchtheilen eines Zolles nicht benutzt werden, man also unter den ganzen Zahlen stets die Brennweiten, unter den echten Brüchen die reciproken Werthe von solchen zu verstehen hat. Die reciproken Werthe führte man deshalb ein, weil die Stärke eines Glases, oder wie man sich auch ausdrückt, der optische Werth,

oder die Grösse der Ablenkung von durchgesandten Strahlen um so geringer ausfällt, je grösser die Brennweite ist.

In neuerer Zeit hat man der Bezeichnung von Brillengläsern die reciproken Werthe der Brennweiten in Metern zu Grunde gelegt, derart, dass man unter einem Glas von der Dioptrie 1 oder 1 D ein solches mit der Brennweite gleich einem Meter versteht, unter dem Glas von 5 D ein solches mit der Brennweite $\frac{1}{5}$ m u. s. w. Da die gebräuchlichen Brillengläser im Allgemeinen kleinere Brennweiten als 1 m besitzen, so werden die reciproken Werthe der Brennweiten, die Angaben in Dioptrien, sich immer in Zahlen ausdrücken, die grösser sind als 1.

Bei der Bezeichnung nach Dioptrien hat man das schwächste von den angewandten Gläsern, nämlich eines mit der Brennweite = 1 m für die Einheit gewählt, bei der früheren Art der Benennung das schärfste Glas (Brennweite = 1 Zoll). Da man in beiden Fällen die stärkeren Gläser auch den grösseren Werthen entsprechen lassen wollte, so kam man für die frühere Methode auf die echten Brüche, für die neu eingeführte auf Zahlen, die grösser sind als 1.

Zum Zwecke der Umrechnung der älteren Angaben in die neueren muss man folgendes beachten. Genau genommen besagte der Werth $\frac{1}{z}$ nach der alten Bezeichnung, dass auf beiden Seiten der Linse der Krümmungsradius z Zoll betrage. Wäre der Brechungsindex genau = 1,5, so würde auch, wie wir erwähnt haben, die Brennweite gleich z Zoll sein. Thatsächlich ist aber der Brechungsindex der Rathenower Gläser, die in Deutschland allgemein gebraucht werden, für die hellsten Strahlen des Spectrums = 1,528, so dass nach der obigen Formel

$$\frac{1}{F} = \frac{2 \times 0{,}528}{r} = \frac{2 \times 0{,}528}{z},$$

also

$$F = \frac{r}{1{,}06} = \frac{z}{1{,}06}$$

sein würde.

Die Gleichung müsste eigentlich heissen:

$$F = \frac{r}{1{,}056} = \frac{z}{1{,}056}.$$

Es hat aber keinen Zweck, mehr als eine Genauigkeit von 1% bei der Umrechnung zu erzielen, wir dürfen daher, wie wir es eben gemacht haben, für 1,056 überall 1,06 einsetzen.

Die Beziehung

$$F = \frac{r}{1{,}06} = \frac{z}{1{,}06}$$

gilt gleichzeitig auch für die Gläser französischen Ursprunges, deren Brechungsexponent 1,53 ist.

Nun ist 1 Meter gleich 38,2 preussischen und gleich 37 Pariser Zollen.

Das Glas, welches früher mit $\frac{1}{z}$ bezeichnet wurde, hat, je nachdem es in Deutschland oder in Frankreich geschliffen ist, in Metern ausgedrückt die Brennweite

$$F = \frac{z}{1{,}06 \times 38{,}2} = \frac{z}{40{,}5}$$

oder

$$F = \frac{z}{1{,}06 \times 37} = \frac{z}{39{,}2}.$$

Also die Anzahl von a Dioptrien, welche einem Glase entsprechen, das früher die Bezeichnung $\frac{1}{z}$ trug, ist für Gläser, welche in Deutschland geschliffen wurden, gleich

$$a = \frac{1}{F} = \frac{1{,}06 \cdot 38{,}2}{z} = \frac{40{,}5}{z}$$

und für Gläser, welche auf die alten französischen Maasse bezogen sind,

$$a = \frac{1}{F} = \frac{1{,}06 \cdot 37}{z} = \frac{39{,}2}{z}.$$

Umgekehrt ergiebt sich das $\frac{1}{z}$ in dem alten System aus der Anzahl a von Dioptrien, bezw. für deutsche und französische Brillen zu

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{40{,}5}$$

und

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{39{,}2}.$$

Beispiele der Umrechnung. Ein Glas hiess früher $\frac{1''}{16}$ (preussisch) oder Glas 16. Jetzt wird es $\frac{40{,}5}{16} = 2{,}53$ Dioptrien, kurz 2,5 D genannt.

Ein Glas, das jetzt zu 13 Dioptrien (13 D) bestimmt ist, muss früher als $\frac{13}{40{,}5} = \frac{1}{3{,}1} = \frac{1}{3}$ bezeichnet worden sein.

Man wird in der Regel, wie auch in diesen Beispielen, bei der Umrechnung der Nummern eines, nach der einen Art zusammengestellten Brillenkastens nicht genau auf eine der bei der anderen Bezeichnungsweise gebräuchlichen Zahlen stossen, und hat dann die, der gefundenen am nächsten liegende Zahl als entsprechende zu wählen.

Bestimmung von Brennweiten.

Wir wollen zuerst die Bestimmung der Brennweiten von Sammellinsen behandeln.

Die nächstliegende Methode ist diejenige, welche sich auf die Definition des Brennpunktes als den Schnittpunkt parallel einfallender Strahlen gründet. Man beobachtet einfach, in welcher Entfernung von der Linse man einen Schirm aufzustellen hat, um darauf ein scharfes Bild eines sehr entfernten Gegenstandes aufzufangen. Wählt man als Gegenstand die Sonne, so erhält man, auch bei allseitiger Beleuchtung, ein hinreichend helles Bild, wählt man dagegen etwa blos ein entferntes Haus, so darf nicht viel Licht an der Linse vorbei auf den Schirm fallen; man blendet daher wohl Nebenlicht ab durch ein Stück Pappe oder geschwärztes Papier, in welches ein Loch zur Aufnahme der Linse geschnitten wird. Zweckmässig ist bei der Bestimmung auch ein Zimmer, dessen Fenster man durch Laden bis auf eine kleine Oeffnung verschliessen kann, vor welche man die Linse bringt.

Bestimmung der Brennweite einer Linse aus der Messung von Gegenstands- und Bildabstand.

Eine andere vielgebräuchliche Methode stützt sich auf die Beziehung zwischen dem Abstande a eines Gegenstandes von der Linse und dem Abstande b des scharf entworfenen Bildes von derselben. Diese Beziehung lautet für Sammellinsen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

worin f die Brennweite der Linse bedeutet. Auch bei dieser Methode ist es wünschenswerth, Nebenlicht möglichst zu vermeiden. Man stellt auf einer Holzscala drei einander parallele, verschiebbare, ebene Schirme auf, von denen der erste eine Oeffnung besitzt, in der entweder ein Fadenkreuz ausgespannt ist, oder welche durch ein mit Buchstaben versehenes, geöltes Papier oder endlich das Bild auf einer photographischen Platte bedeckt ist. Das Faden-

kreuz, das bedruckte Papier oder die Photographie soll als Gegenstand dienen, von dem durch die Linse, welche eine Oeffnung des zweiten Schirmes verschliesst, auf dem dritten, mit glattem, weissen Papier überspannten Schirm ein Bild entworfen wird. Gegenstand und Linsenmitte sollen auf derselben Höhe liegen. Auf die gleiche Höhe wird auch ein Licht gebracht, um den Gegenstand von der der Linse abgewandten Seite her zu beleuchten. Namentlich bei Benutzung des geölten Papieres ist es wichtig, dass das Licht sehr stark sei. Man kann dazu die Strahlen eines Argandbrenners z. B. durch eine Sammellinse auf dem Papier concentriren. Sehr brauchbar ist auch eine elektrische Glühlampe.

Aendert man die Entfernung zwischen Linse und Gegenstand, so ändert sich auch derjenige Abstand des Schirmes von der Linse, bei welchem ein scharfes Bild entworfen wird. Zwei zu einander gehörige Werthe von Gegenstandsweite a und Bildweite b sollen nach obiger Formel immer einen und denselben Werth für die Brennweite ergeben. Indessen zeichnet sich ein Fall unter allen anderen dadurch aus, dass bestimmte Versuchsfehler geringer wie sonst sind. Dieser Fall tritt ein, wenn der Bildabstand gleich dem Gegenstandsabstand ist. Auch ohne Anwendung höherer Rechnung ersieht man leicht, welche Vortheile diese Stellung bietet. Man kann nämlich bequem auf einer Scala ablesen, wo sich der Schirm befindet, und ebenso die Lage des Gegenstandes bestimmen, vorausgesetzt, dass dieser wie ein Fadenkreuz oder ein Papier in einer zur Richtung der Scala senkrechten Ebene liegt. Dagegen ist es viel schwieriger, die richtige Ablesung für die Stellung der Linse zu machen, sowohl wegen der Gestalt der Linse, wie aus dem Grunde, weil man erst feststellen muss, welchen Punkt im Inneren der Linse man nach der Theorie zu wählen hat. Nun wird zwar durch verschiedene Auswahl dieses Punktes der Abstand a jedesmal genau um soviel vergrössert, wie der Abstand b verkleinert wird. Indessen ändert sich dadurch, wenn a und b verschieden sind, doch das Resultat ganz entschieden, da wir es in der Formel $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ nicht mit der Summe von a und b, sondern mit der Summe ihrer reciproken Werthe zu thun haben. Nur im Falle a und b nahezu gleich sind, wächst bei einer kleinen Veränderung beider um den gleichen Betrag und in entgegengesetztem Sinne auch das Reciproke des einen Werthes nahezu um ebensoviel, wie das Reciproke des anderen abnimmt. Ein Fehler in der Ablesung für die

Stellung der Linse hat hier also den geringsten Einfluss auf das Resultat, und man kann in der That auch durch Berücksichtigung dieses Umstandes recht genaue Werthe erhalten.

Für diejenigen Sammellinsen, welche beiderseits gleiche Krümmung besitzen, und das ist meist bei Brillengläsern der Fall, lässt sich gerade für die Voraussetzung, dass a und b gleich gemacht werden, auch leicht angeben, wo man die Stellung der Linse abzulesen hat: nämlich in deren Mittelpunkt.

Aus der Formel geht übrigens hervor, dass wenn $\frac{1}{a}$ und $\frac{1}{b}$ genau gleich sind, beide gleich $\frac{1}{2f}$ sein müssen, d. h. dass $a = b = 2f$, und der Abstand zwischen Gegenstand und Bild dem Vierfachen der Brennweite gleich ist.

Man wird natürlich die Stellung, in der $a = b$ wird, nicht sofort treffen, sondern sie in der Weise erhalten, dass man zuerst für ein beliebiges a das zugehörige b durch den Versuch ungefähr ermittelt, wenn a dann grösser oder kleiner als b ist, a verkleinert bezw. vergrössert, und diese Operation so oft wiederholt, bis der Fall $a = b$ nahezu erreicht ist.

Gar kein reelles Bild erhält man, wenn $\frac{1}{a} > \frac{1}{f}$ ist, d. h. wenn $a < f$ ist. Man fange daher bei dem Probiren mit grossen Werthen von a an.

Bessel'sche Methode.

Wegen der Form der Linse ist ihre Stellung nicht leicht zu bestimmen.

Der Fehler, welcher dadurch möglicherweise verursacht werden könnte, lässt sich durch Anwendung der Bessel'schen Methode vermeiden.

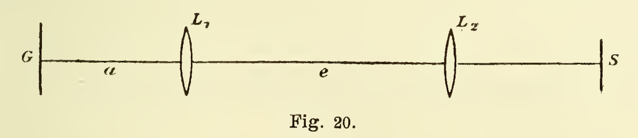


Fig. 20.

Wenn man für irgend eine Entfernung a der Linse L_1 vom Gegenstand G (vgl. die Fig. 20) die Lage des Schirmes S gefunden hat, bei welcher das Bild scharf ist, so muss es eine zweite Stellung L_2 der Linse geben, in der sie von dem an derselben Stelle belassenen Gegenstand auf dem gleichfalls unverstellten Schirm

wiederum ein scharfes Bild entwirft. Diese beiden Stellungen der Linse stehen in der Beziehung zu einander, dass der Bildabstand der einen gleich dem Gegenstandsabstand der anderen und der Gegenstandsabstand der ersten gleich dem Bildabstand der zweiten ist. Falls nämlich a und b der Gleichung $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ genügen, so können wir diese Gleichung auch schreiben $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$, worin die Rollen von a und b vertauscht sind. Nun lassen sich a und b bestimmen, wenn man erstens die Entfernung l von Gegenstand G und Bild S kennt und zweitens die Verschiebung e der Linse. Die Grösse der Verschiebung lässt sich aber sehr genau bestimmen an einem mit der Linse fest verbundenen Schieber, der auf der Scala gleitet, ohne dass die Marke auf dem Schieber, an der man abliest, sich auch nur senkrecht unter der Linse zu befinden brauchte.

$$l - e \text{ ist nämlich } = 2a.$$

Daher

$$a = \frac{l - e}{2}.$$

b ist der Unterschied zwischen a und l, also gleich $l - a = l - \frac{l - e}{2} = \frac{l + e}{2}$. Diese Werthe von a und b braucht man dann nur in die gewöhnliche Formel $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ einzusetzen, um die Brennweite durch die gemessenen Grössen auszudrücken. Man erhält:

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{l - e} + \frac{2}{l + e} = \frac{4l}{l^2 - e^2}$$

$$f = \frac{1}{4}\left(l - \frac{e^2}{l}\right).$$

In Bezug auf die Wahl des Gegenstandes, Beleuchtung u. s. w. gilt auch hier das bei der vorigen Methode Gesagte.

Brennweiten von Zerstreuungslinsen.

Die Brennweite f_z einer Zerstreuungslinse L_z können wir nicht nach denselben Methoden bestimmen, wie die einer Sammellinse, weil wir mit ihr überhaupt keine objectiven Bilder erhalten. Man wendet daher ein indirectes Verfahren an, indem man die gegebene Linse mit einer schärferen (stärker gekrümmten) Sammellinse L_s (von der Brennweite f_s) combinirt.

Die Brennweite f_S des als Sammellinse wirkenden Systems hängt von den Brennweiten f_s und f_z der beiden einzelnen Linsen nach der Formel

$$\frac{1}{f_S} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_z}$$

ab. Aus der Brennweite der Sammellinse f_s und derjenigen f_S des Systems, welche sich beide nach den obigen Methoden bestimmen lassen, berechnet sich demnach die Brennweite der Zerstreuungslinse als

$$f_z = \frac{f_s\, f_S}{f_s - f_S}.$$

Da f_S in unserem Falle grösser als f_s ist, wird der Ausdruck für f_z negativ, in Uebereinstimmung damit, dass es sich um eine Zerstreuungslinse handelt.

Krümmungsradien von Spiegeln und Linsen.

Die Aufgabe, den Krümmungsradius einer sphärischen Fläche zu bestimmen, ist nicht nur in solchen Fällen von Bedeutung, wo uns die Krümmung, wie bei den Spiegeln, speciell den Augenspiegeln, an sich schon interessirt, sondern kann auch nicht selten Anwendung finden, wenn es sich hauptsächlich darum handelt, die Brennweiten von Linsen zu messen. Da nämlich die Brennweite einer Linse sich aus dem Brechungsexponenten n ihres Materiales und den Krümmungsradien r_1 und r_2 ihrer Begrenzungsflächen nach der Formel

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

berechnet, und da ferner der Brechungsexponent der am meisten verbreiteten Linsen, nämlich der Brillengläser, stets nahezu 1,53 ist, so lässt sich wenigstens für diese die Bestimmung der Brennweite leicht auf diejenige eines Krümmungsradius zurückführen.

Die Methoden zur Ermittelung von Krümmungsradien sind folgende.

Das Sphärometer.

Das Sphärometer wird jetzt mehr zur Bestimmung beliebiger Längen (Dicken von Glasplatten u. s. w.) angewendet, wie speciell zur Messung derjenigen Strecken, die zur Berechnung von Krümmungsradien dienen. Indessen deutet schon der Name des

Instrumentes auf den ursprünglichen Gebrauch hin. Seine Form ist in Fig. 21 abgebildet.

Eine Mikrometerschraube, welche sich in einem dreibeinigen Gestell auf- und abbewegen lässt, trägt oben einen Theilkreis. An dem Gestell befindet sich eine verticale Schiene. Die Hebungen und Senkungen der Schraube werden gemessen durch die Anzahl von Theilstrichen, welche an der Schiene vorbeigleiten. Bei jeder vollen Umdrehung der Schraube rückt der Rand des Theilkreises um einen ganzen Theil einer an der Schiene befindlichen Scala hinauf oder herunter, doch bestimmt man die Drehungen wohl noch sicherer, indem man, wie beim Wild'schen Dickenmesser p. 15, zählt, wie oft ein kleiner, auf die Kreistheilung aufgelegter Gegenstand die Schiene passirt.

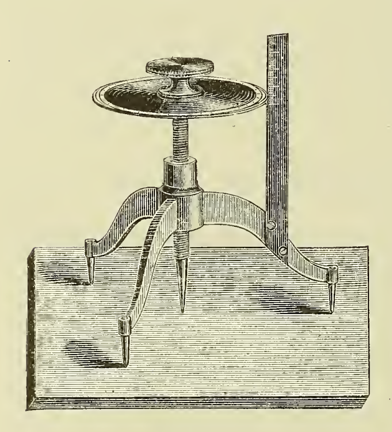


Fig. 21.

Setzt man das Sphärometer auf eine kugelförmig gekrümmte Fläche, so wird es nur bei einer bestimmten Einstellung der Schraube möglich sein, dass nicht nur die drei Fussspitzen, sondern auch die Spitze der Schraube die Fläche berühren.

Ist ursprünglich die Schraube soweit oben, dass nur die Fussspitzen des Instrumentes die Fläche berühren, so wird beim Herunterdrehen der Moment, in dem auch die Schraubenspitze Contact bekommt, sich dadurch feststellen lassen, dass bei der geringsten Weiterbewegung der Schraube ein Wackeln des Apparates stattfindet. Ist die Fläche eine convexe, so wird die Schraube in dieser Lage noch nicht bis zu der durch die drei Fussspitzen gelegten Ebene heruntergelangt sein, ist die Fläche concav, so muss sie über diese Ebene hinausgedreht werden. In beiden Fällen wird sie um so weiter von der Stellung abweichen, in der die Schraubenspitze mit den drei Fussspitzen in einer Ebene liegt, je grösser, speciell bei diesem Sphärometer, der Abstand der Fussspitzen, je kleiner andererseits der Krümmungsradius der Fläche ist. Die Grösse der erwähnten Abweichung lässt sich nun leicht finden, wenn man die Constante der Schraube kennt, indem man zuerst das Instrument auf eine ganz ebene Platte bringt, und nun die Stellung der Schraube

beobachtet, bei der die Schraubenspitze zugleich mit den Fussspitzen die Platte berührt. Auch diese Stellung lässt sich leicht dadurch erkennen, dass bei minimaler Drehung der Schraube in dem einen Sinne ein Wackeln des Instrumentes eintritt.

Wenn man die Seite a des von den drei Fussspitzen gebildeten, gleichseitigen Dreiecks kennt, also eine Constante des Instrumentes, so lässt sich der Radius ϱ des durch die drei Fussspitzen bestimmten Kreises berechnen.

Es ist:
$$\varrho = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Die Peripherie dieses Kreises liegt auf der Kugel. Es sei in der Figur (Fig. 22) ein Schnitt durch die Kugel dargestellt, welcher durch den Mittelpunkt M jenes erwähnten Kreises und den Mittelpunkt M_1 der Kugel gelegt ist, so ist ausser ϱ, dem Radius des Kreises noch der Abstand d von M und dem Endpunkt des durch M gezogenen Radius der Kugel bekannt.

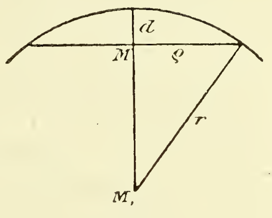


Fig. 22.

Wir können zunächst die Beziehung
$$r^2 = \varrho^2 + (r - d)^2$$
aufstellen.

Setzen wir für ϱ den oben angegebenen Werth $\frac{a}{\sqrt{3}}$ und lösen die Gleichung nach r auf, so erhalten wir
$$r = \frac{a^2}{6d} + \frac{d}{2}.$$

Dasselbe Princip, welches der Benutzung des Sphärometers zu Grunde liegt, wird auch bei einigen anderen Apparaten angewandt, welche zur Bestimmung des Krümmungsradius dienen.

Ein Instrument, das in den Werkstätten von Steinheil gebraucht wird, besitzt auch die drei, in den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks liegenden Spitzen, welche indess nach oben gerichtet sind, und auf die man die gekrümmte Fläche legt. In der durch den Mittelpunkt des Dreiecks gelegten Verticalen bewegt sich die Spitze eines Metallstiftes in einer Führung auf und nieder, und das untere, gleichfalls zugespitzte Ende des Metallstiftes stösst gegen den kurzen Hebelarm eines zweiarmigen Hebels, dessen längerer Hebelarm als Zeiger dient und auf einer Scala einspielt. Je kleiner der Krümmungsradius bei einer convexen Fläche ist, um so tiefer wird der Stift heruntergedrückt, um so höher steht an der Scala der

Zeiger. Wenn der Apparat empirisch graduirt wurde, kann man den Krümmungsradius direct an der Scala ablesen.

Aehnliche, empirisch graduirte Apparate, bei denen an Stelle der drei festen Spitzen ein fester horizontaler Ring angebracht ist, und bei denen sich der Zeiger, nicht wie bei dem eben erwähnten Apparat in einer verticalen, sondern durch eine Uebertragung in einer horizontalen Ebene bewegt, sind bei den Brillenhändlern in Gebrauch. Die Zahlen der Scala geben dann auch direct die Brillennummern an.

Verwendung der Newton'schen Ringe zur Bestimmung des Krümmungsradius.

Wenn man eine Reihe von concaven und von convexen Linsen von bekannten Krümmungen hat, etwa wie sie im Brillenkasten zusammengestellt ist, so lässt sich äusserst leicht entscheiden, welche Krümmung irgend eine sphärische, reflectirende Oberfläche, etwa die einer Linse, besitzt. Ist die Fläche convex, so legt man sie auf die verschiedenen concaven Linsen. Wenn die Krümmung der concaven Linse geringer ist als die der convexen Fläche, so wird an einem Punkte Berührung zwischen beiden vorhanden sein, während mit der Entfernung von diesem Punkte der Abstand zwischen ihnen um so schneller wächst, je grösser der Unterschied in der Krümmung ist. In Folge dessen nehmen die Gangunterschiede von Lichtstrahlen, die zum Theil von der unteren Fläche der oberen Linse, zum Theil von der oberen Fläche der unteren Linse reflectirt werden, auch um so schneller mit der Entfernung vom Berührungspunkt zu, je grösser der besagte Unterschied ist. Die Newton'schen Ringe, welche in der dünnen Luftschicht zwischen beiden Flächen erzeugt werden, fallen also um so enger aus, je grösser der Unterschied zwischen den Krümmungsradien der Flächen ist. Man kann daher durch Probiren leicht diejenige Linse finden, deren Krümmungsradius am besten mit dem der zu untersuchenden Fläche übereinstimmt. Die Linsen, welche stärker gekrümmt sind als die betreffende Fläche, lassen sich überhaupt nicht mit ihr combiniren, so dass die farbigen Ringe dicht um ein Centrum liegen, weil die Berührung zwischen den Flächen entlang des Randes der Linsen, nicht in deren Mitte, stattfindet.

Um den Krümmungsradius einer concaven Linse zu finden, combinirt man sie mit der Reihe der convexen Linsen von bekannter Krümmung, und beurtheilt in ganz derselben Weise nach den

Newton'schen Ringen, welches die am besten übereinstimmenden Krümmungsradien sind.

Bei der Beurtheilung, ob zwei Flächen von genau gleicher, aber dem Sinne nach entgegengesetzter Krümmung sind, bietet dieses Verfahren so grosse Vortheile dar, dass es von den Optikern vielfach bei ihren exactesten Arbeiten gebraucht wird. Wenn man bedenkt, dass sich Fehler des Schliffes von der Grössenordnung der Wellenlängen des Lichtes auf diesem Wege nachweisen lassen, so überrascht es, manche Proben der Schleifkunst zu sehen, bei denen man selbst nach dieser Methode kaum Abweichungen von der beabsichtigten Krümmung feststellen kann.

Die Beobachtung kann dadurch erleichtert werden, dass man ausser mit gewöhnlichem, gemischten, auch mit homogenem Lichte beobachtet, dessen Anwendung die Newton'schen Ringe auf grösseren Gebieten sichtbar macht.

Bestimmung des Krümmungsradius durch Spiegelung.

Viel häufiger als die oben beschriebenen Methoden finden bei der wissenschaftlichen Messung von Krümmungsradien diejenigen Verfahren Anwendung, welche auf den Gesetzen der Spiegelung beruhen. Zuweilen, so bei der Messung der Krümmungsradien des Auges, sind die letzteren Methoden sogar allein anwendbar.

Wenn man den Krümmungsradius eines Spiegels kennt, so lässt sich die Grösse und der Ort des Bildes bestimmen, welches derselbe von einem in gegebener Entfernung befindlichen Gegenstand von gegebener Grösse entwirft.

Misst man umgekehrt die Grösse eines Gegenstandes, seinen Abstand vom Spiegel und die Grösse des Bildes, so kann man nicht blos die Entfernung des Bildes, sondern auch den Krümmungsradius des Spiegels berechnen. Zu diesem Zwecke sind die für sphärisch gekrümmte Spiegel geltenden Formeln nothwendig, welche wir zuerst in Kürze ableiten wollen.

Sei die sphärisch gekrümmte Fläche, von der ein durch den Kugelmittelpunkt M gelegter Schnitt in Fig. 23 gezeichnet ist, auf der rechten Seite spiegelnd gedacht, so haben wir es mit einem Hohlspiegel zu thun. Die Verbindungslinie der Mitte R des Spiegels mit dem Mittelpunkt M der Kugel nennen wir die Axe des Spiegels. Von einem Punkte P fällt eine unendlich grosse Anzahl von Strahlen auf den Spiegel, die alle nach dem Reflexionsgesetz (Reflexionswinkel gleich Einfallswinkel) zurückgeworfen werden. Genau genommen

schneiden sich im Allgemeinen nicht alle reflectirten Strahlen in einem Punkte. Jedoch concentriren sich dieselben zum grossen Theil auf einen sehr kleinen Raum, an Stelle dessen wir, namentlich wenn der auffallende Strahlenbündel nicht zu sehr divergent ist, mit genügender Genauigkeit einen in ihm gelegenen Punkt als Bildpunkt P_1 des Punktes P setzen können.

Um den Schnittpunkt der von P ausgehenden und vom Spiegel reflectirten Strahlen zu finden, greifen wir unter diesen zwei heraus, deren Weg sich besonders leicht verfolgen lässt. Der erste ist der Strahl, welcher P mit dem Mittelpunkt M der Kugel verbindet. Er fällt auf den Spiegel in der Richtung eines Radius, also senkrecht, auf, und wird daher in seiner eigenen Richtung zurück geworfen.

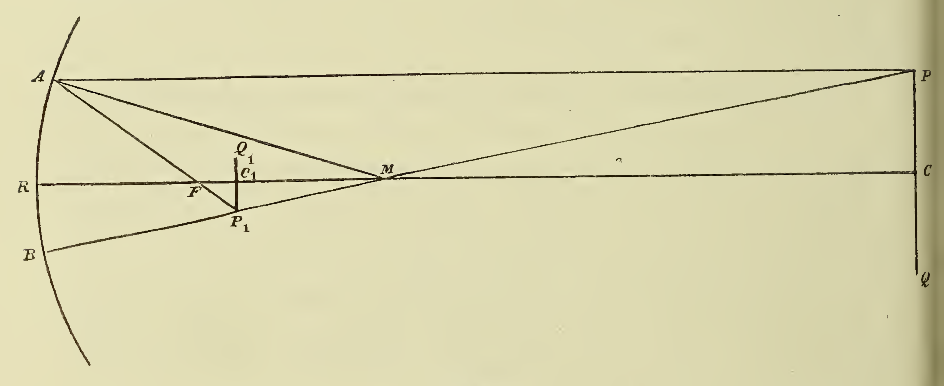


Fig. 23.

Der zweite Strahl ist der parallel zur optischen Axe auffallende, PA. Dessen Einfallswinkel zu dem bei A liegenden Spiegelelement ist PAM, und der Strahl muss daher in einer Richtung AF reflectirt werden, welche mit AM denselben Winkel bildet wie PA.

In dem Schnittpunkt P_1 der Strahlen PB und AF liegt das Bild des Punktes P. Das Bild eines zu P bezüglich der Axe symmetrisch liegenden Punktes Q wird in einen Punkt Q_1 fallen, der zu P_1 hinsichtlich der Axe symmetrisch ist. Die Entfernung $L = PQ$ mag als Grösse des Gegenstandes gelten, dann ist $P_1 Q_1 = \lambda$ die Grösse des Bildes. Die Gegenstandsentfernung CR wollen wir mit A, die Bildentfernung $C_1 R$ mit a bezeichnen.

Der Winkel AMF ist gleich dem Winkel MAP; dieser aber ist gleich dem Winkel MAF. Also besitzt das Dreieck AMF zwei

gleiche Winkel, und demnach auch zwei diesen gegenüberliegende, gleiche Seiten FA und FM. Je näher der Punkt A an den Punkt R rückt d. h. je näher der Punkt P an der Axe liegt, um so grösser wird die Uebereinstimmung zwischen der Entfernung FA und FR. Wenn wir uns also auf solche Verhältnisse beschränken, bei denen wir nur die in der Nähe der Axe auffallenden Strahlen zu berücksichtigen haben, können wir in erster Annäherung $RF = AF = FM$ setzen. Dann liegt F in der Mitte zwischen R und M. In F schneiden sich übrigens alle parallel und nahe der Axe einfallenden Strahlen. Man nennt F den Brennpunkt des Spiegels. Seine Entfernung vom Spiegel (die Brennweite) ist, wie wir eben gesehen haben, gleich der Hälfte des Krümmungsradius r.

Wir wollen annehmen, in dem von uns betrachteten Falle seien die Dimensionen derart, dass man ohne merkbaren Fehler für die Entfernungen der auf der Axe liegenden Punkte F, C_1, M, C von dem Spiegel deren Entfernungen von dem Fusspunkte L (Fig. 24)

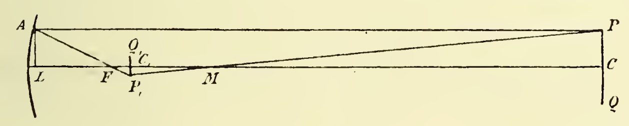


Fig. 24.

des Lothes setzen kann, welches von A auf die Axe gefällt wird.

Dann lassen sich leicht Beziehungen zwischen den verschiedenen, auf der Axe liegenden Strecken dadurch aufstellen, dass sich durch sie sowohl in den ähnlichen Dreiecken C_1FP_1 und LFA einerseits, wie in den ähnlichen Dreiecken C_1MP_1 und CMP andererseits dasselbe Verhältniss $\frac{\lambda}{2} : \frac{L}{2}$ (nämlich $C_1P_1 : CP$ oder $C_1P_1 : AL$) ausdrücken lässt.

Die beiden Werthe für $\frac{\lambda}{2} : \frac{L}{2}$ sind:

$$\frac{\lambda}{2} : \frac{L}{2} = C_1F : FL = \left(a - \frac{r}{2}\right) : \frac{r}{2}$$

und

$$\frac{\lambda}{2} : \frac{L}{2} = C_1M : MC = (r - a) : (A - r).$$

Durch Gleichsetzung dieser Werthe erhalten wir

$$\left(a - \frac{r}{2}\right) : \frac{r}{2} = (r - a) : (A - r),$$

und durch Umformung dieser Gleichung

$$I)\qquad \frac{2}{r} = \frac{1}{A} + \frac{1}{a}$$

oder auch, wenn wir $\frac{r}{2}$ als Brennweite mit f bezeichnen

$$I^1)\qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{A} + \frac{1}{a}.$$

Diese wichtigen Beziehungen geben uns den Zusammenhang zwischen Gegenstandsweite, Bildweite und Krümmungsradius oder Brennweite für die Concavspiegel. Eine ganz analoge Ableitung ergiebt als entsprechende Formeln für die Convexspiegel bezw.

$$Ia)\qquad \frac{1}{a} = \frac{1}{A} + \frac{2}{r}$$

und

$$Ia^1)\qquad \frac{1}{a} = \frac{1}{A} + \frac{1}{f}.$$

Ausser diesen Formeln I und Ia brauchen wir noch für unsere Zwecke den Satz: Die Grössen von Gegenstand und Bild verhalten sich wie ihre Abstände vom Spiegel.

Für die Hohlspiegel beweist man diesen Satz folgendermaassen. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke MPC und MP_1C_1 (Fig. 24) ergiebt sich

$$PC : P_1C_1 = MC : MC_1$$

oder

$$\frac{L}{2} : \frac{\lambda}{2} = (A - r) : (r - a).$$

Führt man hier für r den Werth ein, der sich aus $I)$ dafür ausrechnet, so folgt nach einiger Umformung

$$\frac{L}{2} : \frac{\lambda}{2} = A : a,$$

also auch

$$II)\qquad L : \lambda = A : a,$$

eine Formel, die sowohl für Convex- wie für Concavspiegel gilt.

Wenn L, λ und A gemessen sind, lässt sich aus den Gleichungen II und I der Krümmungsradius eines Concavspiegels, aus den Gleichungen II und Ia derjenige eines Convexspiegels berechnen, und zwar ergiebt sich für Concavspiegel

$$r = \frac{2A\lambda}{L + \lambda},$$

für Convexspiegel

$$r = \frac{2A\lambda}{L - \lambda}.$$

Mit Hülfe des Ophthalmometers kann man die Bildgrösse λ direct bestimmen, und dann kommen diese Formeln auch in Betracht; ohne solch ein Hülfsmittel müsste aber erst ein Maassstab an die Stelle gebracht werden, wo sich das Bild befindet. Das wäre für objective Bilder schon schwierig, für subjective fast unmöglich.

In beiden Fällen hilft man sich, indem man nicht λ, die wahre Grösse des Bildes, sondern statt dessen l, die scheinbare Grösse, ermittelt, welche es, ungefähr vom Mittelpunkt des Gegenstandes aus gesehen, auf einem dicht am Spiegel angebrachten Maassstab besitzt. Dazu eignet sich die folgende Anordnung. Ein Schirm besitzt bei P und Q (Fig 25) spaltförmige Oeffnungen, in der Mitte zwischen ihnen ein Loch, durch welches man das Beobachtungsfernrohr C stecken kann. Der Spiegel mit dem Maassstab m hat von dem Schirm den Abstand $A = C_2 C$, und entwirft Bilder der Spalte in P_1 und Q_1. Letztere haben den Abstand $\lambda = P_1 Q_1$. Das bei C befindliche Auge liest ihre Entfernung auf dem Maassstab m als $Q_2 P_2 = l$ ab. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke $Q_1 P_1 C$ und $Q_2 P_2 C$, in denen $CC_1 = A - a$ und $CC_2 = A$ Höhen sind, folgt

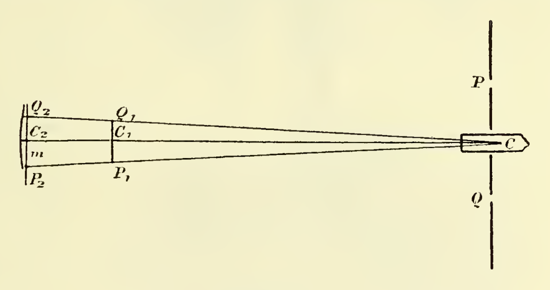


Fig. 25.

$$III) \qquad \frac{l}{\lambda} = \frac{A}{A - a}.$$

Nimmt man diese Gleichung zusammen mit II und I, so berechnet sich aus ihnen der Krümmungsradius des Concavspiegels:

$$r = \frac{2Al}{L + 2l}.$$

Für den Convexspiegel lautet die zu III analoge Gleichung

$$IIIa) \qquad \frac{l}{\lambda} = \frac{A}{A + a},$$

und aus ihr und den Gleichungen Ia und II ergiebt sich der Krümmungsradius des Convexspiegels

$$r = \frac{2Al}{L - 2l}.$$

Die zuletzt beschriebene Methode leidet, wenn sie auf die Krümmungsradien des menschlichen Auges angewandt werden soll,

an dem Nachtheil, dass das Auge und damit natürlich die Bilder, welche es durch Reflexion erzeugt, schwer in vollständiger Ruhe zu halten sind. — Es ist der grosse Vorzug des Ophthalmometers, Messungen auch an bewegten Gegenständen zu ermöglichen. Dazu kommt noch, dass man bei diesem Instrument nicht einmal die Entfernung des betreffenden Objectes zu kennen braucht. Man kann daher direct die Bildgrösse λ bestimmen und wendet dann zur Ausrechnung von r die auf p. 114 gegebenen Formeln an.

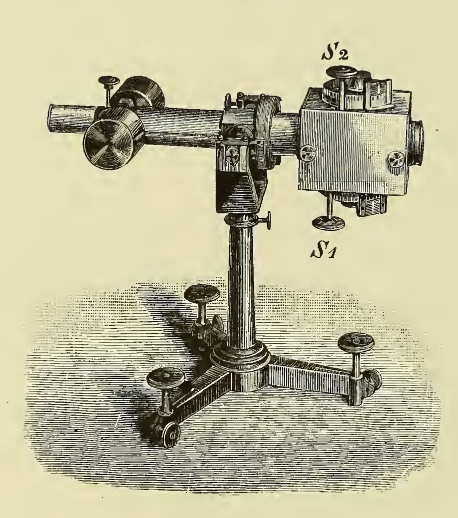


Fig. 26.

Das **Ophthalmometer** (Fig. 26) besteht aus einem Fernrohr, an dessen Objectiv ein Kasten sich befindet, der zwei dicke, um eine verticale Axe drehbare Glasplatten enthält. Von den Glasplatten steht die eine vor der unteren, die andere vor der oberen Hälfte des Objectives, und ihre Drehung durch den Trieb S_1 oder S_2 geschieht so, dass sie stets um gleiche Winkel, die eine nach rechts, die andere nach links rotirt werden. Betrachtet man einen Gegenstand durch eine schräg gegen die Blickrichtung stehende Glasplatte, so erscheint sein Ort um so mehr seitlich verschoben, je mehr die Platte von der zur Blickrichtung senkrechten Stellung abweicht. Dreht man die beiden Platten des Ophthalmometers im entgegengesetzten Sinne herum, so erhält man demnach von dem Object zwei Bilder, die sich — das eine nach rechts, das andere nach links — bewegen. Um die Grösse des Objectes zu messen, stellt man die Platten erst so, dass die beiden Bilder zusammenfallen, und dreht dann, bis das rechte Ende des einen Bildes das linke des anderen berührt. Aus dem Drehungswinkel φ, der Dicke a und dem Brechungsexponenten n der Platten ergiebt sich die Gesammtverschiebung l der Bilder gegeneinander, das heisst die Grösse des Objectes, nach der Formel

$$l = 2a \,.\, \sin\varphi \, \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\varphi} - \cos\varphi}{\sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}\,.$$

Bewegung des Gegenstandes hindert die Einstellung in keiner Weise, da die beiden Bilder dadurch nur die gleiche Bewegung annehmen.

Die Aufstellung ist dieselbe wie die in Fig. 25 geschilderte, nur tritt an Stelle des Fernrohres C das Ophthalmometer, und der Maassstab am Spiegel (bezw. am Auge) fällt weg. Gemessen werden der Abstand L der Spalte im Schirm, die Entfernung λ ihrer Bilder (mittelst des Ophthalmometers) und der Abstand A von dem Schirm und dem Spiegel oder Auge.

Bestimmung des Brechungsexponenten.

Eine der genauesten Methoden zur Bestimmung des Brechungsexponenten ist diejenige, bei welcher man ein Prisma aus der zu untersuchenden Substanz benutzt. Fällt ein Lichtstrahl s (Fig. 27) aus Luft auf die eine Fläche des Prismas, so wird er nach dem Snellius'schen Gesetz gebrochen. Dasselbe lautet:

$$\frac{\sin e}{\sin r} = n,$$

worin e und r die Winkel zwischen dem Einfallsloth l und dem einfallenden beziehungsweise gebrochenen Strahl, n den Brechungsexponenten des Prismas bedeutet. Ist der brechende Winkel φ des Prismas bekannt, so lässt sich dann auch der Einfallswinkel des gebrochenen Strahles s_1 auf die zweite Fläche und schliesslich wieder nach der Snellius'schen Formel die Richtung des aus dem Prisma austretenden Strahles s_2 bestimmen.

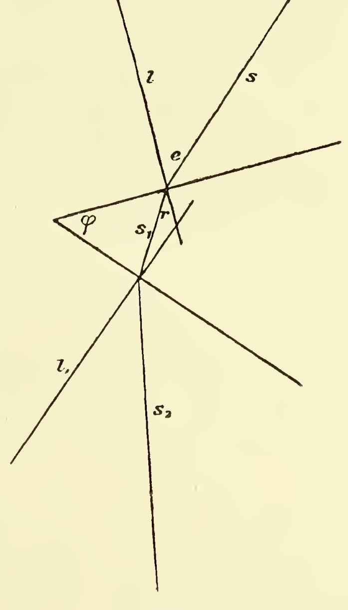


Fig. 27.

Umgekehrt würde man aus den Winkeln, welche s und s_2 beziehungsweise mit den Normalen l und l_1 bilden, sowie dem Winkel φ, den Brechungsexponenten n berechnen können.

Es giebt aber einen ausgezeichneten Fall der Brechung durch das Prisma, der sich einerseits experimentell leicht auffinden lässt,

und andererseits gestattet, aus der Messung von nur zwei Winkeln den Brechungsexponenten zu berechnen.

Man bezeichnet die besondere Lage der Strahlen zum Prisma, welche dabei stattfindet als Minimumstellung, weil in ihr der Winkel zwischen der Richtung des auffallenden Strahles s und derjenigen des schliesslich wieder aus dem Prisma austretenden Strahles s_2 den kleinsten, möglichen Werth annimmt. Praktisch verwirklicht man diese Lage indem man das Prisma gegen einen in bestimmter Richtung fortschreitenden Lichtstrahl dreht, und die Veränderung in der Richtung des austretenden Lichtes beobachtet. Wenn sich die beiden Richtungen soweit genähert haben, wie es bei dem betreffenden Prisma möglich ist, dann liegt der Fall der minimalen Ablenkung oder der Minimumstellung vor. Es lässt sich nachweisen, dass dabei der Eintrittswinkel des Strahles s gleich dem Austrittswinkel des Strahles s_2 sein muss. In diesem besonderen Fall genügt zur Berechnung des Brechungsexponenten die Kenntniss des Ablenkungswinkels δ, d. h. des Winkels zwischen den Strahlen s_1 und s_2, sowie des Prismenwinkels φ gemäss der Formel

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \varphi)}{\sin \frac{1}{2}\varphi}.$$

Zur Messung der Winkel dienen Apparate, welche man als Spectrometer bezeichnet.

Flüssigkeiten werden bei der Bestimmung ihres Brechungsexponenten in Hohlprismen mit gutgeschliffenen, planparallelen Glaswänden gebracht.

Obwohl die Prismenmethode eine der zuverlässigsten und genauesten ist, soll hier doch von einer eingehenden Beschreibung des Spectrometers und seiner Justirung abgesehen werden, da Mediziner nur in seltenen Fällen auf diese Methode zurückgreifen werden.

Abbe's Refractometer.

Ein besonderer Fall der Brechung, welcher neben dem der minimalen Ablenkung im Prisma viel zur Bestimmung von Brechungscoefficienten angewendet wird, ist derjenige bei streifender Incidenz oder beim Grenzwinkel totaler Reflection. Nach dem Snellius'schen Gesetz

$$\frac{\sin e}{\sin r} = n$$

sind die Winkel e und r derart mit einander verknüpft, dass wenn der eine wächst, auch der andere zunimmt. Der Maximalwerth, den der grössere von ihnen (das sei e) annimmt, ist 90^0, und diesem Werth entspricht also ein Maximalwerth von r. Das heisst, betrachten wir die Grenzfläche zwischen einem schwächer brechenden Medium A und einem stärker brechenden Medium B (vgl. Fig. 28) so mag z. B. der aus A kommende Strahl s_1 in der Richtung s_2 in B verlaufen. Nähert sich nun s_1 der streifenden Incidenz, dann wird der Winkel r einen Grenzwerth $\varkappa$ erreichen, den er nicht überschreiten kann. In den schraffirten Winkelraum des Mediums B dringen überhaupt keine Strahlen aus dem Medium A ein. Umgekehrt können von Strahlen, die in dem Medium B verlaufen, nur solche die Grenzfläche, durchdringen, welche aus dem nicht schraffirten Theile kommen. Diese werden nur zum Theil wieder in das Medium B reflectirt und zum Theil in das Medium A hindurchgelassen, während die in dem schraffirten Winkelraum verlaufenden Strahlen total reflectirt werden müssen.

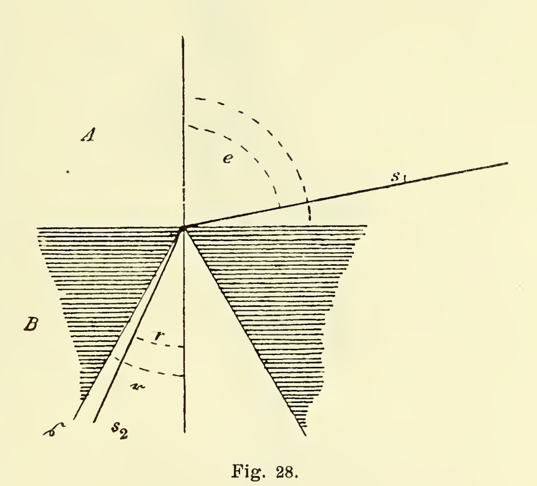


Fig. 28.

Durch Beobachtung des Winkels $\varkappa$ allein kann man n finden, denn da das zugehörige $e = 90^0$ ist, so wird $\sin e = 1$ und

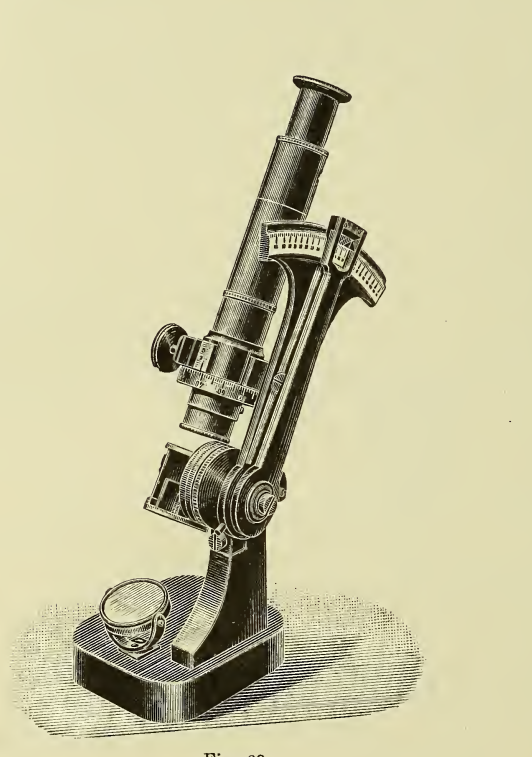
$$n = \frac{1}{\sin \varkappa}.$$

Es giebt nun zweierlei Methoden um $\varkappa$ zu finden.

Für beide muss natürlich die Beobachtung von der Seite des Materiales B aus stattfinden. Die eine benutzt aber Licht, welches von A kommend in B eindringt (streifende Incidenz), die andere Licht, welches aus dem Medium B auf die Grenzfläche fällt, und wieder nach B reflectirt wird. Die erstere von diesen Methoden ist insofern die günstigere, als $\varkappa$ für Licht, welches von A kommt, die Grenze zwischen Helligkeit und absoluter Dunkelheit darstellt, während bei der zweiten Methode $\varkappa$ nur die Grenze zwischen total

reflectirtem und partiell reflectirtem Licht angiebt, welche sich weniger stark markirt.

Die Instrumente zur Bestimmung des Brechungsexponenten durch streifende Incidenz oder totale Reflexion besitzen im Allgemeinen gerade mit Rücksicht auf ihre Verwendung in den medicinischen Wissenschaften besondere Vorzüge. In dieser Hinsicht



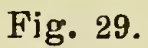


Fig. 29.

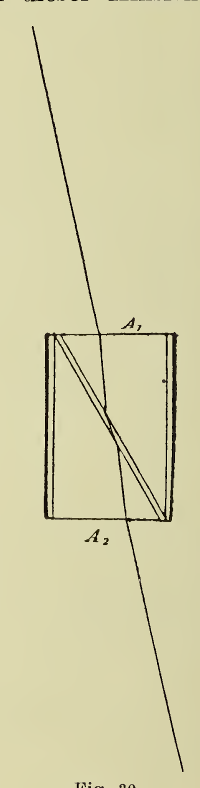


Fig. 30.

mögen besonders hervorgehoben werden: Die leichte Handhabung, der Umstand, dass man blos minimaler Mengen von Substanz bedarf, und bei der Untersuchung fester Körper nur eine einzige ebene Fläche an ihnen hergestellt zu werden braucht.

Die Einrichtung des Abbe'schen Refractometers (Fig. 29) ist folgende:

Zwei Prismen aus Glas von hohem Brechungsexponent, beide ganz gleich geschliffen, werden so auf einander gelegt (Fig. 30), dass zwei von den homologen Flächen einander parallel sind, und

dass das eine gegen das andere um 180° um die Normale zu der Berührungsfläche gedreht ist. Zwischen beiden Prismen lässt man einen Raum, der mit der zu untersuchenden Flüssigkeit angefüllt wird. So stellt das System der beiden Prismen eine planparallele Glasplatte dar, welche von einer planparallelen Schicht von Flüssigkeit schräg durchsetzt ist. Licht, welches auf die Fläche A_2 fällt, wird derart gebrochen, dass es das ganze System wieder aus der Fläche A_1 parallel seiner früheren Richtung verlässt. Das Licht wird bei seinem Austritt aus A_1 durch ein feststehendes Fernrohr beobachtet, und die Prismencombination kann parallel zur Ebene der Zeichnung gedreht werden. Der in der Richtung der Fernrohraxe auffallende Strahl wird bei der Drehung der Prismen unter verschiedener Neigung auf die Flüssigkeitsschicht treffen. Kommt das Prismensystem bei der Drehung in die Stellung, bei welcher der (ausserhalb des Prismensystems) in der Axe verlaufende Strahl gerade den Grenzwinkel der Totalreflexion mit der Flüssigkeitsschicht bildet, so wird das Gesichtsfeld des Fernrohrs in zwei Hälften getheilt, eine untere und eine obere, von denen die eine alle Strahlen erhält, welche unter kleinerem, die andere alle diejenigen aufnimmt, welche unter grösserem Winkel auf die Flüssigkeitsschicht auffallen. Die Strahlen aber, die unter grösserem Winkel auffallen, werden sämmtlich totalreflectirt. Man wird also bei der Drehung der Prismencombination eine horizontale Trennungslinie zwischen dem hellen und dunklen Theil des Gesichtsfeldes sehen müssen, und wenn diese Trennungslinie durch den Schnittpunkt des Fadenkreuzes geht, welches die axiale Richtung des Fernrohres bezeichnet, so wird der durch die Luft in der Axe des Fernrohres verlaufende Strahl unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion auf die Flüssigkeitsschicht auffallen. Man beobachtet an dem Instrument nun zwar diesen Winkel nicht selbst, sondern die Lage der Prismencombination gegen den aus derselben austretenden Strahl. Doch lässt sich aus dem Austrittswinkel des Strahles in Luft, wenn man den Brechungsexponenten und die Winkel der Prismen kennt, auch der Einfallswinkel des Strahles aus Glas in die Flüssigkeit, und damit der Brechungsexponent der Flüssigkeit bestimmen. Eine bedeutende Erleichterung der Methode ist bei den gebräuchlichen Instrumenten dadurch erzielt, dass an der Theilung, auf der man die Neigung der Prismencombination ablesen könnte, nicht die Neigungswinkel, sondern direct die aus ihnen sich ergebenden Brechungsexponenten der Flüssigkeit aufgetragen sind.

Ein Apparat, wie wir ihn beschrieben haben, würde seinen Zweck wohl dann erfüllen, wenn man homogenes Licht anwendete, und zwar dasjenige, mit welchem die Theilung geaicht ist. Anders verhält es sich aber bei der Benutzung gewöhnlichen, gemischten Lichtes. Die Brechung für die verschiedenen Farben ist eine verschiedene, es muss also auch der Einfallswinkel, bei dem Totalreflexion eintritt, für die verschiedenen Lichtarten verschieden sein. In Folge dessen kann der Rand zwischen hell und dunkel nicht für alle Farben zusammenfallen, und man sieht bei Benutzung gemischten Lichtes nicht eine scharfe Grenzlinie, sondern einen farbigen Saum. In sehr sinnreicher Weise ist nun bei dem Abbe'schen Refractometer, wenigstens bei den feineren Instrumenten, dafür gesorgt, dass man einerseits diesen farbigen Saum fortschaffen und dafür die scharfe Grenze herstellen kann, ohne welche eine genaue Einstellung auf das Fadenkreuz nicht wohl möglich ist, andererseits zugleich bei dieser Procedur ein Maass für die Dispersion der Flüssigkeit, d. h. für den Unterschied der Brechungsexponenten zweier bestimmten Lichtsorten gewinnt.

Der Einrichtung, durch welche dieser Zweck erreicht wird, liegt der folgende Gedanke zu Grunde.

Der farbige Saum entsteht, wie gesagt, dadurch, dass die Grenzen zwischen hell und dunkel für die verschiedenen Farben an verschiedene Stellen des Gesichtsfeldes fallen. Der Unterschied in der Lage der Grenze für die einzelnen Farben hängt sowohl von der Dispersion des Glases, wie von derjenigen der Flüssigkeit ab. Wenn die Dispersion des Glases als bekannt vorausgesetzt wird, kann die Lage der Grenzen aus der Dispersion der Flüssigkeit abgeleitet werden, und umgekehrt die Dispersion der Flüssigkeit aus der Lage der Grenzen. Die Grenzen für die verschiedenen Farben liegen um so weiter auseinander, je grösser die Dispersion ist. Man kann aber auch die sämmtlichen Grenzen wieder zur Coincidenz bringen, wenn es gelingt, eine Vorrichtung zwischen den Prismen und dem Fernrohr anzubringen, welche die verschiedenfarbigen Strahlen in der entgegengesetzten Richtung und je um solche Beträge ablenkt, dass der Unterschied in der Richtung der Grenzstrahlen, die aus der Prismencombination austreten, wieder aufgehoben würde. Um es verständlich zu machen, dass eine solche Compensation von einer Dispersion durch eine andere überhaupt möglich ist, sei darauf hingewiesen, dass man die Dispersion eines beliebigen Prismas durch diejenige eines zweiten

von derselben Art vollständig aufheben kann, wenn man sie so gegeneinander stellt, wie es bei der Prismencombination an dem Abbe'schen Refractometer geschieht. Nun wird aber für jede zu prüfende Flüssigkeit die Dispersion der Grenzen eine besondere sein, die Vorrichtung, welche zur Compensation dient, muss daher auch eine variirbare Dispersion besitzen. Bei dem Totalrefractometer besteht die Vorrichtung aus Glasprismen, welche zwischen die beiden beschriebenen Haupttheile des Apparates, Prismencombination und Fernrohr eingeschaltet sind. Die Veränderung der Dispersion geschieht nun, indem diese Prismen um die Axe des Fernrohrs als Drehungsaxe rotirt werden. Dabei bleiben die Prismen gegen die Axe gleich geneigt, und die Dispersion eines in der Richtung der Axe einfallenden Strahles wird also nur in sofern geändert, als sich die Ebene, in welcher die verschiedenfarbigen, gebrochenen Strahlen liegen, mit den Prismen herumdreht. Trotzdem kann man den farbigen Saum durch diese Vorrichtung wegbringen, also die Dispersion der Prismencombination mit der Flüssigkeitsschicht compensiren. Das liegt an der geradlinigen Form der Grenze, an welcher die Dispersion auftritt. Betrachtet man nämlich durch ein Prisma eine gerade Grenzlinie zwischen hell und dunkel, und dreht das Prisma um die Blickrichtung als Drehungsaxe herum, so wird sich das Bild je nach der Neigung der brechenden Kante gegen die Grenzlinie verschieden darstellen. Liegt die Kante anfangs parallel zur Grenzlinie, dann befindet sich an der Grenze ein breiter farbiger Saum, der sich bei der Drehung des Prismas aus dieser Lage immer mehr verengt, und vollständig verschwindet, wenn die brechende Kante senkrecht zur Grenzlinie steht. Die Bilder der Grenzlinie für die verschiedenen Farben werden durch das Prisma in der Richtung senkrecht zur brechenden Kante auseinander gezogen. Bei der Anfangslage des Prismas sind die verschiedenen Bilder der Grenze möglichst weit senkrecht zur Richtung der Grenze auseinandergezogen, in der Endlage fallen die Bilder der Grenze alle in dieselbe Gerade, und in den Zwischenlagen ändert sich die Dispersion derart, dass sie mit wachsender Entfernung aus der Anfangslage immer kleiner wird. Bei Benutzung eines einzigen Prismas wäre zwar auf diese Weise eine in der Richtung senkrecht zur Grenzlinie variabele Dispersion erzielt, zugleich aber stellt sich eine unerwünschte, seitliche Abweichung der Strahlen heraus, wenn das Prisma sich nicht in der Anfangslage befindet. Doch kann die seitliche Abweichung com-

pensirt werden, ohne dass auf die Veränderung der Dispersion senkrecht zur Grenze verzichtet wird, indem noch ein zweites, dem ersten gleiches Prisma eingeschaltet, und so gedreht wird, dass es sich, von der Anfangslage aus, um den gleichen Betrag nach der einen Seite herumdreht wie das erste Prisma nach der anderen Seite. Die Drehung der Prismen wird an einer Theilung abgelesen, welche sich am Rande der Trommel befindet, in der die Prismen sitzen.

Um den Indexfehler der Theilung zu eliminiren, werden ebensoviele Einstellungen gemacht, bei denen das erste Prisma nach rechts, wie solche bei denen es nach links gedreht wird, und das Mittel aus den erhaltenen Werthen gezogen.

Die Grösse δ, welche die Dispersion charakterisiren soll, ist die Differenz der Brechungsexponenten für die Fraunhofer'schen Linien D und F

$$\delta = n_F - n_D .$$

Aus dem an der Alhidade des Instrumentes beobachteten Brechungsexponenten n (n_D) und dem Mittelwerth (z) der Ablesungen an der Trommel ergiebt sich diese Grösse δ indem wir in einer dem Instrument beigegebenen Tabelle zu n die zugehörigen Constanten A und B, zu z die Constante σ aufsuchen, und dann δ aus der Formel

$$\delta = A + B\sigma$$

berechnen.

Bei der Benutzung des Refractometers müssen noch folgende Punkte beachtet werden. Es ist grosse Sauberkeit geboten, weil sonst leicht die geringen Mengen Flüssigkeit verunreinigt werden. Ferner soll die Flüssigkeitsschicht nicht allzu dünn sein, damit die Interferenzen nicht störend wirken. Man legt zu diesem Zweck enge Streifen Stanniol an den Rand der Flüssigkeitsschicht zwischen die Prismen. Die Empfindlichkeit der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten für Temperatur muss berücksichtigt werden, namentlich darf man nicht übersehen, dass starke Verdunstung unter Umständen schon hinreichend abkühlend wirkt, um den Brechungsexponenten zu beeinflussen.

Zur Bestimmung des Brechungsexponenten fester Körper kann man das Refractometer gleichfalls verwenden. Man nimmt das untere der Prismen ab und legt statt dessen eine ebene Fläche des zu untersuchenden festen Körpers gegen die freigewordene und mit einer Flüssigkeit von hohem Brechungsexponenten (Cassiaöl

oder dergl.) benetzte Fläche des oberen Prismas. Dann öffnet man an der Fassung des oberen Prismas an der Stelle *B* (Fig. 31) eine Klappe, damit das Licht durch die so gewonnene Oeffnung einfallen kann. Man untersucht also jetzt nicht mehr bei durchfallendem sondern bei reflectirtem Licht.

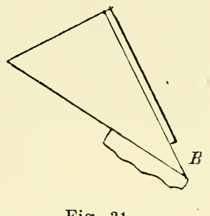


Fig. 31.

Es ist wichtig, dass die Angaben des Refractometers controlirt werden. Dazu benutzt man reine Körper von bekanntem Brechungsexponent, beispielsweise Wasser oder Glasplättchen, deren Brechung zu diesem Zwecke vorher sicher und genau bestimmt ist, wie man sie bei den Instrumentenfabrikanten käuflich erhält.

Spectralanalyse.

Die Constructionsart der zur Spectralanalyse dienenden Apparate, der Spectroskope, ist eine sehr mannigfaltige. Im Folgenden soll die Form eines Spectroskops beschrieben werden, welches recht verbreitet ist und für die meisten Zwecke des Mediciners vollkommen ausreicht. Die Haupttheile des Instrumentes sind ein Prisma *P* (Fig. 32 u. 33 p. 126—7), das Beobachtungsfernrohr *F*, das Collimatorrohr mit dem Spalt *Sp* und ein zweites Collimatorrohr mit der Scala *Sk*.

Vor den Spalt kommt die zu untersuchende Lichtquelle. Ihre Strahlen werden nach dem Austritt aus dem Collimator durch das Prisma gebrochen und in das Beobachtungsfernrohr gesandt. Vor die durchsichtige Scala wird eine leuchtende Flamme gestellt, und ihr Bild, das, an der vorderen Prismenfläche reflectirt (vgl. Fig. 33), zugleich mit den Spectrallinien im Beobachtungsfernrohr erscheint, gestattet die Identification der letzteren.

Bei der Anwendung des Spectroskops, wie bei derjenigen einer Reihe von anderen optischen Apparaten, legt der Anfänger in der Regel zu wenig Gewicht auf eine sorgfältige Justirung des Apparates. Es kann nicht dringend genug auf diesen Umstand hingewiesen werden, denn ohne genaue Einstellung ist gewöhnlich alle weitere Mühe umsonst. Vor allen Dingen muss betont werden, dass für zwei verschiedene Augen auch verschiedene Einstellungen nothwendig sind.

Der Beobachter soll zuerst das Fernrohr auf Unendlich oder auf parallele Strahlen einstellen. Das geschieht indem man das Ocular in dem Fernrohr solange verschiebt bis ein im Freien, in möglichst grosser Entfernung befindlicher Gegenstand scharf gesehen wird. Durch das Glas von Fenstern darf dabei nicht beobachtet werden, weil die Unregelmässigkeiten des Glases jede genaue Einstellung unmöglich machen.

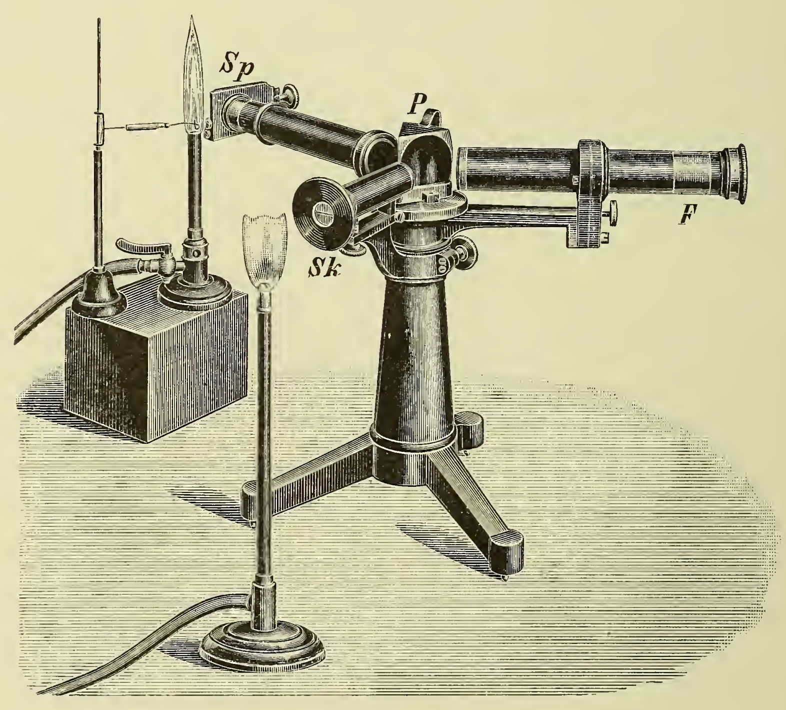


Fig. 32.

Der Grund, weshalb das Fernrohr auf Unendlich eingestellt werden muss, ist der, dass bei der Beobachtung durch ein Prisma blos von unendlich entfernten Gegenständen geeignete Bilder zu erhalten sind. Da die Spectrallinien aber nur die Bilder des durch ein Prisma betrachteten Spaltes sind, so können sie nur dann scharf sein, wenn erstens sich der Spalt in sehr grosser Entfernung befindet (oder, was auf dasselbe herauskommt, hinter Linsen steht, welche die von ihm kommenden Strahlen parallel machen), und wenn zweitens dementsprechend auch durch ein auf Unendlich

eingestelltes Fernrohr beobachtet wird. Die Entfernung des Spaltes vom Prisma ist bei dem Apparat keine sehr grosse, daher wird die erste Bedingung dadurch erfüllt, dass er im Collimatorrohr hinter einem Linsensystem verschiebbar angebracht ist, in dessen Brennpunkt er stehen muss, wenn die auf das Prisma fallenden Strahlen parallel sein sollen. Nachdem das Fernrohr auf Unendlich gestellt ist, erkennt man, ob der Spalt in dem Collimatorrohr richtig steht, indem man ihn so lange hin und her verschiebt bis man das Bild des mit homogenem Lichte beleuchteten Spaltes durch das Fernrohr und das Prisma oder das Bild des mit gemischtem Licht beleuchteten Spaltes durch das direct auf den Collimator gerichtete Fernrohr allein scharf sieht.

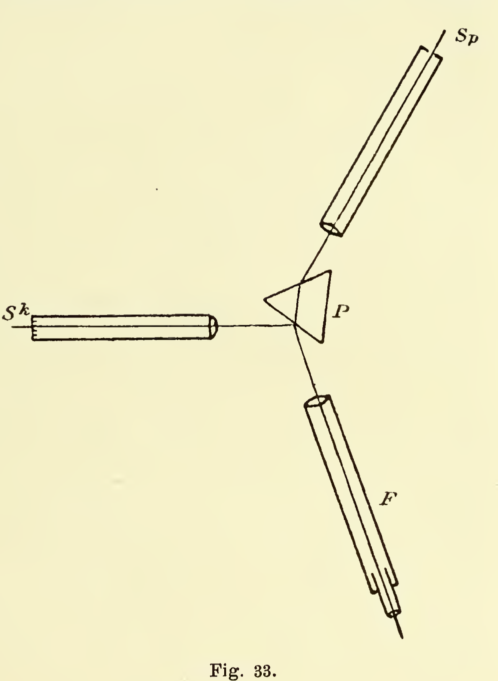


Fig. 33.

Danach muss die Stellung des Prismas gegen das Collimatorrohr justirt werden. Man erhält von einer Spectrallinie ceteris paribus das beste Bild, wenn für dieselbe das Minimum der Ablenkung stattfindet, (vgl. p. 117—8). Genau genommen würde, um dieser Thatsache Rechnung zu tragen, für die Beobachtung jeder Spectrallinie eine besondere Stellung erforderlich sein. Es genügt aber meistens, wenn das Prisma in dieser Hinsicht für die mittleren Strahlen des Spectrums richtig steht. Bei vielen Apparaten ist diese Stellung des Prismas durch den Mechaniker bestimmt und mittelst einer festen Fassung bezeichnet, bei anderen muss man sich selbst die Stellung suchen, indem man das Prisma um seine brechende Kante in einem Sinne herumdreht und die Stellung ermittelt, in welchem eine Spectrallinie aus dem mittleren Theil des Spectrums den Sinn ihrer Bewegung umkehrt.

Die Justirung der Scala ist die nächste Aufgabe. Da das Fernrohr auf Unendlich eingestellt ist, so muss die Scala, um deutlich gesehen zu werden, entweder in grosser Entfernung liegen oder sich im Brennpunkte eines Linsensystems befinden, damit die von ihr kommenden Strahlen parallel in das Beobachtungsfernrohr gelangen. Von diesen beiden Möglichkeiten ist bei den Apparaten die zweite verwirklicht. Das Rohr, welches die Scala trägt, enthält ein Linsensystem, und nachdem man das ganze Rohr zuerst so gestellt hat, dass das von ihm kommende, an der vorderen Prismenfläche reflectirte Licht überhaupt in das Beobachtungsfernrohr fällt, schiebt man die Scala im Rohre hin und her, bis man sie zugleich mit den Spectrallinien durch das Fernrohr scharf sieht. Sind die Einstellungen des Spaltes und der Scala ganz richtig, dann darf zwischen den Spectrallinien und dem Bild der Scala keine Parallaxe mehr vorhanden sein, d. h. bei Bewegung des Auges vor dem Fernrohr darf sich die Lage der Spectrallinien auf der Scala nicht verändern. An welchem Theilstrich der Scala sich irgend eine bestimmte Spectrallinie befindet, hängt von der Stellung des Scalenrohres gegen das Prisma ab. Indem man das ganze Rohr in der zur brechenden Kante des Prismas senkrechten Ebene herumdreht, kann man sich die Scala an irgend eine beliebige Stelle des Spectrums bringen. Welche Stelle man wählt ist ziemlich gleichgültig, wenn die Scala nur die wesentlichen Theile des Spectrums umfasst, denn die Lage der Spectrallinien hängt nicht blos von der Scala, sondern auch von der Dispersion des Prismas ab, und diese ist bei den verschiedenen Prismen sehr verschieden. Für die Benutzung jedes Spectralapparates ist erforderlich und hinreichend, dass man die Scala in einer Lage feststellt, und sie mit bekannten Spectrallinien (Wasserstofflinien u. s. w.) auswerthet.

Wesentlich für ein erfolgreiches Arbeiten mit dem Spectralapparat ist nicht nur, dass alles fremde Licht durch Benutzung eines ganz dunklen Zimmers ausgeschlossen wird, sondern auch, dass das unumgänglich nothwendige Licht wenigstens nicht auf falschem Wege in den Apparat gelangt. Zu diesem Zweck wird über den Apparat ein Pappgehäuse gestülpt, welches blos dem Fernrohr und den Collimatoren durch geeignet angebrachte Oeffnungen den Durchtritt gestattet.

Selbst das Licht, welches im Apparate zur Verwendung kommt muss sehr sorgfältig regulirt werden, wenn man gute Resultate erzielen will. Die Beleuchtung der Scala darf nicht zu stark sein,

sonst wird dadurch die Beobachtung schwächerer Spectra sehr erschwert. Bezüglich des spectral zu untersuchenden Lichtes ist eine ganze Reihe von Vorschriften zu befolgen. Handelt es sich um Flammenspectren, so soll der mittlere Theil der nicht leuchtenden Flamme eines Bunsenbrenners gerade vor dem Spalte, eine Handbreit etwa von diesem entfernt stehen. Man setzt auf den Brenner, damit die Flamme möglichst ruhig ist, zweckmässig einen Schornstein auf. Die zu untersuchende Substanz wird in eine Oese am Ende eines Platindrahtes gebracht, der vorher durch Ausglühen scharf gereinigt wurde und der, um ihn leicht an einem Ständer befestigen zu können, am anderen Ende in eine Glasröhre eingeschmolzen ist. Die Oese wird dann in die vordere Seite der Flamme nahe an deren Oberfläche, etwas unterhalb der Höhe des Spaltes gebracht, so dass nicht das von dem glühenden Platindraht ausgesandte Licht in dem Apparat ein continuirliches Spectrum erzeugt. Die beste Weite des Spaltes ist für verschiedene Spectrallinien verschieden. Da die Linien Bilder des Spaltes sind, werden sie zwar um so enger erscheinen, je enger der Spalt ist, bei lichtschwachen Linien muss aber der Spalt weiter gestellt werden, damit für die Beobachtung hinreichend viel Licht hindurchgeht.

Um die gewöhnlichste Aufgabe der Spectralanalyse bequem lösen zu können, also um zu ermitteln, welche Substanzen sich in einem gegebenen Gemische befinden, ist es erforderlich, dass man vorher die Spectra der reinen Substanzen mit specieller Rücksicht auf die besonders charakteristischen Linien untersucht. Man stellt sich die Spectra der reinen Substanzen dar, und achtet besonders auf die Lage derjenigen Linien, welche nicht mit solchen anderer Elemente verwechselt werden können. Mit Hülfe guter Spectraltafeln (viel benutzt werden die von Kirchhoff & Bunsen) ist diese Untersuchung nicht besonders schwierig.

Ueber eine Vorrichtung zur bequemen Vergleichung zweier Spectren findet man Näheres auch p. 150.

Bei der Analyse hat man noch auf die Eigenthümlichkeiten einiger Substanzen zu achten. Kaliumsalze verflüchtigen sich so leicht, dass man sofort nach dem Einführen neuer Substanz nachzusehen hat, ob die Kaliumlinien im Spectrum vorhanden sind. Die Erdalkalimetalle Calcium, Strontium, Baryum sind als Oxyde weniger flüchtig, wie als Chloride, und geben als Oxyde weniger gute Spectra. Man taucht daher, namentlich wenn die Substanz schon einige Zeit

in der Flamme war, so dass sich Oxyde gebildet haben können, in reine Salzsäure ein, und frischt so das Spectrum wieder auf.

Um die Spectra der Gase in Geissler'schen Röhren zu untersuchen, wird der dünnste Theil der Röhren dem Spalte parallel möglichst dicht vor diesen gebracht, die Platindrähte mit den secundären Polen eines Inductoriums verbunden und letzteres in Thätigkeit gesetzt.

Die Absorptionsspectra haben bei physiologisch - chemischen Arbeiten eine recht grosse Bedeutung erlangt. Um sie darzustellen, bringt man die zu untersuchende Substanz zwischen den Spalt und eine Lichtquelle, etwa eine leuchtende Gasflamme, die ein continuirliches Spectrum liefert. Aus der Lage der Absorptionsbanden (oder im Falle von absorbirenden Gasen auch Absorptionslinien) ist man oft in der Lage zu erkennen, welche Substanz vorliegt. Wesentlich ist bei Lösungen meistens, dass man das Spectrum durch alle Grade der Concentration der Substanz verfolgt. Bei stark absorbirenden Substanzen fängt man mit so concentrirten Lösungen an, dass Anfangs das ganze Spectrum oder möglichst grosse Theile desselben ausgelöscht sind, und geht stufenweise bis zu Verdünnungen vor, bei denen man keine Spuren von Absorption mehr erkennt. Dabei beobachtet man genau, in welcher Weise sich die Grenzen und die Maxima der Absorption verhalten. Ebenso wie durch Aenderung der Concentration, kann man auch durch Aenderung der Dicke der durchstrahlten Schicht das Spectrum modificiren. Es giebt Gefässe, welche eigens zu diesem Zwecke hergestellt sind. Wendet man zur Aufnahme der absorbirenden Lösungen gewöhnliche Reagensgläser an, so hat man darauf zu achten, dass das gefüllte Glas wie eine Cylinderlinse wirkt, und dass zur Erreichung der nöthigen Helligkeit die Brennlinie, in welcher das Licht dadurch gesammelt wird, genau auf den Spalt fallen muss.

Vergrösserungszahl eines Fernrohres.

Um die Vergrösserungszahl eines Fernrohrs zu bestimmen, stellt man eine, etwa in Decimeter getheilte Scala in erheblicher Entfernung von dem Fernrohr vertical auf, blickt mit dem einen Auge durch das Instrument, mit dem anderen daneben vorbei nach der Scala, und schätzt wieviel von den mit blosem Auge gesehenen

Theilen auf einen einzigen, durch das Fernrohr vergrösserten gehen. Die gefundene Zahl ist ohne Weiteres gleich der gesuchten Vergrösserungszahl.

Ein kurzsichtiges Auge kann ohne Brillenglas die in einiger Entfernung aufgestellte Scala nicht deutlich sehen, und es entsteht die Frage, ob blos dieses oder auch das durch das Fernrohr blickende Auge mit Linsen versehen werden soll. Das Richtige ist, auf beiden Augen die Gläser zu benutzen, an welche die Augen gewöhnt sind; weil dann die Augen mit ihren betreffenden Gläsern schon darauf eingeübt sind gleiche Strecken als gleich zu betrachten.

Eine andere Frage auf die man leicht stösst, ist die, ob man, bei dem durch das Fernrohr vergrösserten Scalentheil die Theilstriche selbst beide mit hinzurechnen muss, oder blos einen, oder gar keinen. Wenn die Vergrösserung des Fernrohrs eine erhebliche ist, so kann der zu beobachtende Werth von dieser Entscheidung sehr wesentlich abhängen, denn da die Theilstriche auch durch das Fernrohr vergrössert werden, so kann es leicht kommen, dass sie an Breite einem ganzen, mit blosem Auge gesehenen Scalentheil gleich kommen. Die für die Vergrösserung gefundene Zahl würde sich also um ganze Einheiten verändern, je nachdem wir die Theilstriche zum Scalenintervall hinzurechnen oder nicht.

Bei der Beantwortung dieser Frage hat man sich zu überlegen, wie denn die Theile gerechnet werden, welche man mit blosem Auge sieht und welche mit dem einen, durch das Fernrohr gesehenen verglichen werden. Offenbar kommt bei jenen auf jedes Scalenintervall ein Theilstrich, man hat also auch bei dem vergrösserten Theil die Breite e i n e s der begrenzenden Striche mit hinzuzurechnen, also einen Theil als das Intervall zwischen den beiden unteren oder den beiden oberen Grenzen, oder endlich den Mitten zweier benachbarten Theilstriche zu betrachten.

Häufig kann man sich bei der Bestimmung der Fernrohrvergrösserung ganz ohne eine besondere Scala behelfen, indem man die einander gleichen Ziegel auf einem Dach, die Backsteine einer Mauer oder die Stangen eines Zaunes verwendet.

Anfangs ist es den meisten Beobachtern nicht ganz leicht, die Scala z u g l e i c h mit dem einen Auge durch das Fernrohr, und mit dem anderen neben demselben vorbei zu beobachten. Es ist auch oft weniger schwer, die beiden Bilder gleichzeitig zu erhalten, wenn das eine Auge durch das Fernrohr blickt, als wenn es das andere thut.

Vergrösserungszahl eines Fernrohres nach der Methode von v. Waltenhofen.

Die folgende Modification der oben beschriebenen Methode zur Bestimmung der Fernrohrvergrösserung, welche die Operation in engeren Räumen vorzunehmen gestattet, hat v. Waltenhofen angegeben.

Zunächst stellt man das Fernrohr „auf Unendlich“ ein, d. h. man justirt durch ein geöffnetes Fenster auf einen möglichst fernen Gegenstand. Dann befestigt man vor dem Objectiv eine Sammellinse derart, dass das ganze optische System jetzt auf eine kleine Entfernung, etwa 1—2 m, eingestellt ist. Eine Millimetertheilung wird darauf vor dem Fernrohr in der Entfernung befestigt, in der man sie durch das Instrument gerade scharf sehen kann. Mit dem einen Auge blickt man wieder durch das Fernrohr, mit dem anderen daran vorbei nach der Theilung und vergleicht, wie vielen Theilstrichen n im Fernrohr eine bestimmte Anzahl N, mit blosem Auge gesehen, gleich kommen. Man erleichtert sich diese Aufgabe dadurch, dass man zwei Streifen schwarzen Papieres in bestimmtem Abstande über die Scala legt, weil es sonst unter Umständen schwer ist, mit blosem Auge die N Scalentheile scharf zu sehen und während des Vergleichs im Auge zu behalten. Zum Schluss hat man noch die Entfernungen a und A des Maassstabes bezw. von dem Objectiv des Fernrohrs und dem Auge zu messen. Dann ist die Vergrösserung gleich

$$\frac{N}{n}\,\frac{a}{A}.$$

Grösse des Gesichtsfeldes eines Fernrohres.

Das Gesichtsfeld eines Fernrohres ist kreisförmig. Der Oeffnungswinkel des Kegels, den die vom Auge nach dem Rande des Gesichtsfeldes gerichteten Strahlen bilden, ist maassgebend für die Grösse des Gesichtsfeldes und wird auch kurz als Grösse des Gesichtsfeldes bezeichnet.

Man bestimmt diesen Oeffnungswinkel, indem man, wie bei der einen Methode zur Messung der Vergrösserung, einen Maassstab in beträchtlicher Entfernung vor dem Fernrohr aufstellt, das Fernrohr

dann so lange dreht, bis der Maassstab mitten durch das Gesichtsfeld geht, und beobachtet, wieviele Theile sichtbar sind. Wenn dann die Entfernung des Maassstabes vom Auge gleich a ist und l Theile sichtbar waren, so berechnet sich die Grösse des Gesichtsfeldes α nach der Formel

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2a}.$$

Ist nämlich A (Fig. 34) das Auge, BC der durch das Fernrohr sichtbare Theil des Maassstabes, $AM = a$ also die Entfernung des Maassstabes vom Auge und $BAC = \alpha$, so ergiebt sich diese Gleichung ohne Weiteres aus der Figur.

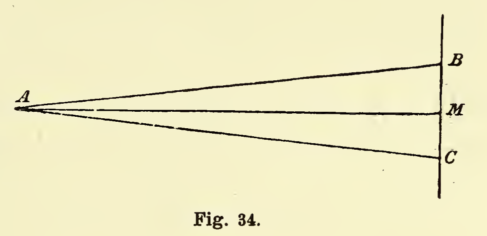


Fig. 34.

Noch einfacher berechnet sich α nach der Formel

$$\alpha = 57{,}3^0 \frac{l}{a}.$$

Denn α ist in der Regel ein sehr kleiner Winkel, und für einen solchen darf man BC als Bogen auffassen. Durch den Quotienten $\frac{l}{a}$ würde also angegeben, wie gross der Bogen des Winkels in Theilen des Radius (a) ausgedrückt wäre. Da der Winkel, dessen Bogen gleich dem Radius ist, $57{,}3^0$ beträgt, so muss der Winkel, dessen Bogen $\frac{l}{a}$ des Radius ausmacht,

$$57{,}3^0 \frac{l}{a} \text{ sein.}$$

Vergrösserungszahl eines Mikroskopes.

Die Bestimmung der Vergrösserungszahlen von Mikroskopen gehört speciell zu denjenigen Aufgaben, welche für den Mediciner von besonderer Bedeutung sind. Die Angaben der Optiker können durchaus nicht alle als zuverlässig gelten, und mit geringer Uebung kann man sich auf diesem Gebiete selbst helfen.

Ein Grund, warum die den Instrumenten beigegebenen Tabellen von Vergrösserungen häufig nicht stimmen, ist unter anderen der, dass die Vergrösserung durch mangelhafte Berechnungen aus unsicher bestimmten Constanten der einzelnen Linsen hervorgegangen sind.

Man unterscheidet Linearvergrösserung und Flächenvergrösserung. Bei wissenschaftlichen Angaben handelt es sich meistens um die erstere, aus der sich die zweite auch einfach durch Quadriren ergiebt. Eine 200 fache Linearvergrösserung entspricht also einer 40000 fachen Flächenvergrösserung. Man findet die Flächenvergrösserung zuweilen in der deutlichen Absicht angegeben, durch die grossen Zahlen zu imponiren, wenn nicht gar zu täuschen.

Um die Messung der Vergrösserung vorzunehmen, stellt man durch das Mikroskop auf eine sehr feine Glastheilung von der Art, die auch als Ocularmikrometer benutzt wird, ein, und legt auf den Objecttisch eine grössere, z. B. in Millimeter getheilte Scala, welche man mit dem einen unbewaffneten Auge betrachtet, während man mit dem anderen zugleich durch das Mikroskop sieht. Man muss nun wieder, wie bei der analogen Aufgabe für das Fernrohr, bestimmen, wie viele Theile der mit blosem Auge gesehenen Scala auf eine bestimmte Anzahl der anderen kommen. Der Quotient $\frac{N}{n}$ der beiden Zahlen würde die Vergrösserung geben, wenn die Theile beider Scalen gleich gross wären. Es ist aber für die Bestimmung geradezu wünschenswerth, dass sie das nicht sind, sondern dass die Theilstriche des Mikrometers, z. B. das Intervall $\frac{1}{20}$ mm, allgemein $\frac{1}{a}$ mm besitzen. Der erwähnte Quotient giebt nun an, wievielen Theilstrichen der Millimeterscala ausserhalb des Mikroskops $\frac{1}{20}$ mm unter dem Mikroskop gleich kommt. Ein Millimeter, durch das Mikroskop gesehen, wird daher gleich $a \times \frac{N}{n}$ mm ausserhalb desselben gleich erscheinen, d. h. die Vergrösserung wäre $a\frac{N}{n}$.

Hieran ist nun noch eine Correction anzubringen, welche den Abstand des mit blosem Auge betrachteten Maassstabes vom Auge betrifft. Unter einem bestimmten Gesichtswinkel erscheinen um so mehr Theile des Maassstabes, je weiter der letztere entfernt ist, und zwar stehen die Zahlen der unter einem Gesichtswinkel gesehenen Theile im selben Verhältniss, wie die Entfernungen des Maassstabes vom Auge, vorausgesetzt, dass der Maassstab stets derselben Richtung parallel liegt. Es würde also die für die Vergrösserung gefundene Zahl von der Lage des Millimetermaassstabes abhängen, und selbst wenn man übereinkäme den Maassstab, wie wir oben angaben, auf den Mikroskoptisch zu legen, so würde doch der Uebelstand entstehen, dass zwei Mikroskope, welche dasselbe Object unter

demselben Gesichtswinkel entwürfen, also thatsächlich ganz gleichwerthig wären, eine verschiedene Zahl für die Vergrösserung lieferten, falls zufällig ihre Tubuslängen verschieden sind.

Damit nicht auf diese Weise die Bedeutung des Wortes Vergrösserung etwas Schwankendes erhält, bezieht man die Angaben stets auf einen bestimmten Abstand des Vergleichsmaassstabes und wählt als solchen 25 cm, die sogenannte normale Weite des deutlichen Sehens. Danach wäre die Vergrösserung definirt als das Verhältniss zwischen der Anzahl von Theilen einer beliebigen Längeneinheit, welche in der Entfernung von 25 cm vom Auge ebenso gross erscheinen, wie ein einziger solcher Theil durch das Mikroskop gesehen.

Wenn nun bei der Beobachtung $\frac{N}{n} a$ Theile des mit blosem Auge gesehenen Maassstabes, der in der Entfernung von l cm beispielsweise auf dem Objecttisch gelegen haben mag, einem einzigen Theil derselben Einheit unter dem Mikroskop gleich kommen, so würden es in dem Verhältniss von 25 zu l mehr bezw. weniger sein, falls der Maassstab in der Entfernung von 25 statt in der von l cm läge.

Der corrigirte Werth der Vergrösserung wäre demnach

$$\frac{N}{n} \cdot a \cdot \frac{25}{l}.$$

Die im Vorgehenden beschriebene Art der Bestimmung wird selbst demjenigen, dem es ohne Weiteres gelingt, zu gleicher Zeit einen Maassstab im Mikroskop und den anderen mit dem blosen Auge zu sehen, durch den folgenden Umstand oft erschwert. Wenn man die Entfernung zweier Theilstriche eines Maassstabes auf einem zweiten messen will, so beobachtet man natürlich zuerst die Stellung des einen Theilstriches, dann die des anderen auf dem zweiten Maassstab. Das hat gar keine Schwierigkeit, wenn die beiden Maassstäbe sich in fester Lage gegeneinander befinden, ist aber in Fällen wie dem vorliegenden, wo sich bei der geringsten Bewegung des Auges die scheinbaren Orte der Theilstriche verschieben, nicht immer leicht, und man bemerkt oft, dass der Theilstrich, dessen Stellung man zuerst abgelesen hat, nicht mehr am selben Orte zu liegen scheint, wenn man zur Beobachtung des zweiten Theilstriches übergeht. Es empfiehlt sich daher eine geringe Abänderung des Verfahrens, welche die Bestimmung in der Regel sehr erleichtert.

Man legt auf den Objecttisch, oder in diesem Fall noch besser auf den Beobachtungstisch statt des Millimetermaassstabes ein Blatt Papier. Mit dem einen Auge blickt man durch das Mikroskop nach einem Mikrometermaassstab, mit dem anderen direct auf das Papier, und bezeichnet mit Bleistift oder Feder auf dem letzteren die scheinbare Grösse eines Millimetertheiles. Dann misst man die Länge des auf dem Papier gezeichneten Theiles, rechnet den Werth nach Einheiten der Millimetertheilung um, und bestimmt den Abstand a des Papiers vom unbewaffneten Auge. Hat man gefunden, dass ein im Mikroskop gesehener Theil auf dem Papier die Länge von n ebensolchen Theilen besitzt, so ist die Vergrösserung gleich

$$\frac{25}{l} \cdot n.$$

Der Vortheil dieser Methode gegen die frühere besteht darin, dass man, nachdem der erste Strich auf dem Papier hingezeichnet ist, ihn zwar auch gegen den entsprechenden Strich der Theilung unter dem Mikroskop hin- und herschwanken sieht, dass man aber mit Leichtigkeit beim Zeichnen des zweiten Striches einen Moment abpassen kann, in dem der erste sich mit seinem zugehörigen deckt.

Immerhin verlangt auch die erste Methode eine gleichzeitige Benutzung beider Augen. Es giebt aber noch ein Verfahren, bei dem man mit einem Auge auskommt, man verwendet dabei entweder einen von den kleinen Apparaten, welche zum Nachzeichnen mikroskopischer Objecte dienen, oder doch Vorrichtungen, welche nach demselben Princip hergestellt sind.

Die Zeichenapparate, welche an den Mikroskopen angebracht zu werden pflegen, haben den Zweck, dass man mit demselben Auge das Object unter dem Mikroskop und zugleich ein scheinbar dahinter befindliches, in Wirklichkeit aber neben dem Mikroskop liegendes Papier erblickt. Mit einer solchen Vorrichtung kann auch ein im Zeichnen Ungeübter ein richtiges Bild von dem, im Mikroskop gesehenen Objecte entwerfen. Man erkennt nun leicht, wie sich der Zeichenapparat zur Bestimmung der Vergrösserung des Mikroskops verwenden lässt. Man braucht nämlich nur eine Mikrometerscala unter das Mikroskop zu bringen, auf dem neben dem Mikroskop liegenden Papier die scheinbare Grösse eines Theiles aufzuzeichnen, und die Entfernung des Papiers (gerechnet von der Stelle, wo gezeichnet wurde) von dem Auge zu bestimmen. Damit wäre das letzte von den oben erwähnten Verfahren für den Fall umgewandelt, dass man blos ein Auge benutzen will oder kann.

Ebenso leicht kann das erste der oben beschriebenen Verfahren mittelst des Zeichenapparates auch so modificirt werden, dass es mit einem einzigen Auge auszuführen ist. Man braucht nur den dort benutzten Millimetermaassstab an die Stelle des Zeichenpapieres zu legen, wieder das Verhältniss der Theile dieses Maassstabes und des unter dem Mikroskop gesehenen zu vergleichen, und die Entfernung des Millimetermaassstabes vom Auge zu messen.

Bei der Messung des Abstandes von Auge und Maassstab, wie in diesem Falle, oder von Auge und Zeichenpapier, wie im vorigen, hat man bei manchen Zeichenapparaten zu berücksichtigen, dass die Lichtstrahlen nicht direct, sondern nach einigen Reflexionen vom Maassstab bezw. dem Papier zum Auge gelangen. Es muss dann als Entfernung nicht die in der Verbindungslinie von Auge und Maassstab oder Papier liegende, sondern diejenige auf dem wirklichen Weg der Strahlen genommen werden.

Die Constructionen des Zeichenapparates sind verschiedener Art, allen gemeinsam ist die Benutzung von Spiegeln oder totalreflectirenden Prismen.

Man kann sich leicht selbst eine Vorrichtung herstellen, welche für den Zweck der Bestimmung einer Mikroskopvergrösserung dem Zeichenapparat ganz gleichwerthig ist. Man bringt in einem cylindrischen Kork eine weite axiale Oeffnung an, und schneidet denselben dann so durch, dass die Ebene des Schnittes einen Winkel von 45^0 mit der Axe bildet. Eines der beiden auf diese Weise entstehenden Stücke setzt man auf das Ocular mit derjenigen Fläche auf, welche schon früher eine Endfläche des Korkes war. Die Schnittfläche kommt dadurch in eine, auch gegen die Axe des Mikroskops unter 45^0 geneigte Lage. Alsdann nimmt man einen kleinen Spiegel, theilt die belegte Seite durch eine gerade Linie in zwei gleiche Felder, kratzt die Belegung des einen Feldes ab, und legt den Spiegel so auf die schräge Schnittfläche des Korkes auf, dass die Trennungslinie der beiden Felder durch die Mitte der Oeffnung im Kork geht. Wenn man nun das Auge dicht über die Oeffnung bringt, so wird es durch den unbelegten Theil in das Mikroskop hineinblicken, in dem belegten Theil aber die reflectirten Bilder seitlich vom Instrumente angebrachter Gegenstände sehen können. Man braucht also nur den Millimetermaassstab, mit dem man die im Mikroskop betrachtete Mikrometertheilung vergleichen will, seitlich in geeigneter Lage anzubringen, um die Messung ganz wie früher ausführen zu können. Die richtige Stellung des Millimeter-

maassstabes ist eine solche, bei der das reflectirte Bild desselben parallel dem Mikrometermaassstab zu liegen kommt. Das ist aber, da der Spiegel unter 45° gegen die (verticale) Mikroskopaxe geneigt ist, die lothrechte Stellung. Denn dann wird das Bild des Maassstabes ebenso wie die Mikrometertheilung horizontal liegen. Den Abstand des Auges vom Maassstab hat man wieder auf dem Wege der Strahlen, d. h. vom Auge zum Spiegel und von da zum Maassstab zu rechnen.

Die Vergrösserung eines Mikroskopes ist durchaus nicht dasjenige Moment, welches man allein für die Güte des Instrumentes als maassgebend zu betrachten hat. Ebenso wichtig, wenn nicht wichtiger für die Beurtheilung eines Mikroskopes sind eine Reihe von anderen Eigenschaften, darunter die auflösende Kraft, die Schärfe, die Achromasie und Correctheit der entworfenen Bilder, die Grösse des Gesichtsfeldes, der Werth der Apertur, dazu gesellen sich äussere Umstände, welche gelegentlich auch von Bedeutung sind, wie z. B. die grössere oder geringere Entfernung des Gegenstandes, auf den man eingestellt hat, von der Objectivlinse, die ganze Anlage des Gestelles u. dgl. mehr. Einige dieser Eigenschaften können nicht durch physikalische Messungen geprüft werden, sondern durch die Betrachtung von Probeobjecten, die entweder in Organismen mit sehr feiner Structur oder in eigens zu diesem Zwecke getheilten Gittern bestehen.

Doch existirt z. B. für die Bestimmung der Apertur ein besonderer Apparat: das Apertometer von Abbe.

Photometrie und Beleuchtung.

Allgemeine Grundbegriffe. Die Grundlage der Beleuchtungslehre muss natürlich eine Theorie der Lichtquellen bilden.

Am wichtigsten unter den Lichtquellen ist das Tageslicht.

Das praktische Ziel, auf welches die photometrischen Untersuchungen in der Medicin hinauslaufen, ist die Beleuchtungsfrage.

Es lässt sich nicht leugnen, dass die Verhältnisse fast so verwickelt sind, wie bei der Frage nach der besten Anordnung von Räumen in akustischer Hinsicht. Jedoch haben die Untersuchungen über Beleuchtung vor den akustischen dadurch viel voraus, dass die wissenschaftlichen Hülfsmethoden schon viel weiter ausgebildet

sind. Unter den Photometern besitzen wir eine Reihe von Instrumenten, mit denen man genau und bequem Lichtintensitäten vergleichen kann, während es noch immer an einem zuverlässigen Apparat für Schallstärkemessungen fehlt. Auch liegen schon eine ganze Reihe von Arbeiten vor, welche sich mit der Ausbildung der Beleuchtungstheorie mit Erfolg beschäftigen, und es fehlt nicht an Gesichtspunkten, nach denen eine weitere Entwickelung dieser Disciplin schon vorgezeichnet ist. Hier, wie so häufig bei der Anwendung physikalischer Methoden in der Medicin, ist der verhältnissmässig langsame Fortschritt allein darin begründet, dass die Zahl von Medicinern gering ist, welche die nöthige Vorbildung und die Zeit für die Durchführung solcher Untersuchungen besitzen.

Wir wollen hier blos auf die Grundzüge der Beleuchtungstheorie eingehen, um den Zusammenhang der hygienischen Fragen mit den physikalischen Messungsmethoden darzuthun.

Denkt man sich an irgend einer Stelle im Raum einen leuchtenden Punkt A, so wird das von ihm ausgestrahlte Licht, wenn keine Absorption stattfindet, sich derart vertheilen, dass die Gesammtmenge, welche durch alle Kugelflächen mit dem Centrum A hindurch gehen, stets dieselben sind. Auf gleich grosse Theile der verschiedenen Kugeloberflächen fallen also Lichtmengen, welche im umgekehrten Verhältniss zu den betreffenden Kugeloberflächen, also auch im umgekehrten Verhältniss zum Quadrate von deren Radien stehen.

Man drückt dieses Grundgesetz der Photometrie auch so aus:

In zwei verschiedenen Entfernungen von einem leuchtenden Punkte verhalten sich die Intensitäten des von jenem ausgestrahlten Lichtes umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen.

Wenn Lichtquellen aus einer grösseren Menge leuchtender Punkte bestehen, müsste man dieses Gesetz auf jeden einzelnen anwenden und dann summiren, um die gesammte Intensität an irgend einer Stelle zu bestimmen. Doch wird man, vorausgesetzt, dass die Entfernung aller leuchtenden Punkte von der Stelle gross genug ist, um dagegen ihren Abstand unter einander vernachlässigen zu dürfen, das obige Gesetz auch in diesem Fall als gültig betrachten können.

Sehr häufig handelt es sich darum, die Lichtmenge zu bestimmen, welche ein Flächenelement zugesandt erhält, das nicht, wie die Elemente der erwähnten Kugeln, senkrecht zur Richtung der Licht-

strahlen liegt. Ein solches Flächenelement ω wird stets weniger Licht aufnehmen als ein in derselben Entfernung (r) befindliches gleich grosses Stück der Kugeloberfläche und ebensoviel, wie dasjenige Stück ω_1 der letzteren, das es beschatten würde, wenn das Flächenelement ω undurchsichtig wäre, und unendlich wenig näher an die Lichtquelle gerückt würde als die Kugeloberfläche. Das beschattete Stück ω_1 ist nun gleich dem Element ω multiplicirt mit dem Cosinus des Neigungswinkels α von ω zu ω_1, oder auch gleich ω multiplicirt mit dem Sinus des Winkels β zwischen ω und den auffallenden Strahlen, denn β ist das Complement von α, da die Strahlen senkrecht zu ω_1 stehen. Demnach wird die Intensität des auf ω treffenden Lichtes gleich sein

$$= \frac{I}{r^2} \sin \beta = \frac{I}{r^2} \cos \alpha;$$

wenn die Fläche ω bei senkrechter Beleuchtung in der Entfernung 1 von der Lichtquelle die Lichtmenge I erhält.

Mittelst des ersten, weiter oben behandelten Gesetzes der Photometrie lässt sich auch die Frage leicht erledigen, wie es mit der subjectiven Helligkeit derselben, in verschiedener Entfernung vom Auge aufgestellten, leuchtenden Fläche steht. Ausschlaggebend muss hierfür die Menge Licht sein, welche auf der Netzhaut ein Stück von derselben Grösse (etwa die Flächeneinheit) erhält. Wenn wir es mit einem einzigen leuchtenden Punkt zu thun hätten, so würden die Mengen des von der Pupille aufgefangenen Lichtes sich nach dem ersten Gesetz einfach umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung der Pupille vom Punkte verhalten. Da es sich aber um eine leuchtende Fläche handelt, so wird das gesammte, von ihr ins Auge gelangende Licht stets auf das von ihr entworfene Netzhautbild fallen. Letzteres ist bei verschiedenen Entfernungen des Auges von der leuchtenden Fläche verschieden gross, und verhält sich gleichfalls umgekehrt, wie das Quadrat der Entfernung. Während also einerseits ein um so geringerer Antheil der von jedem einzelnen Punkt der leuchtenden Fläche herrührenden Strahlen ins Auge fällt, je weiter dieses von der Fläche entfernt ist, concentrirt sich das von der gesammten Fläche kommende Licht auf ein in demselben Verhältniss kleineres Stück der Netzhaut. Daraus ergiebt sich, dass auf ein gleich grosses Stück Netzhaut immer dieselbe Menge Lichtes fällt, ob die leuchtende Fläche nahe oder fern ist, die scheinbare Helligkeit ist in Folge dessen stets die gleiche.

Dieselbe Art von Ueberlegung lehrt uns, dass in optischen

Instrumenten die Vergrösserung eines Bildes oft auf Kosten der Helligkeit stattfinden muss. Denn bei der Vergrösserung handelt es sich um die Vertheilung des Bildes auf eine grössere Netzhautfläche, so dass sich die, auf dasselbe Flächenstück entfallende Lichtmenge im einfachsten Falle umgekehrt wie die Flächenvergrösserung oder umgekehrt wie das Quadrat der Linearvergrösserung verhält.

Das zuerst erwähnte Grundgesetz behandelt den Fall, dass eine punktförmige Lichtquelle nach allen Seiten gleichmässig Strahlen aussendet, und giebt an, welche Lichtmengen auf senkrecht oder schräg zu der Strahlenrichtung in beliebiger Entfernung befindliche Flächen auftrifft. Es bliebe übrig zu ermitteln, welche Quantitäten Lichtes von einer selbstleuchtenden Fläche nach verschiedenen Richtungen ausgesandt würden, und wie sich andererseits eine beleuchtete Fläche in dieser Hinsicht verhält. Die zweite Frage wird dadurch complicirt, dass die Menge des von einer beleuchteten Fläche nach verschiedenen Richtungen geschickten Lichtes im Allgemeinen noch davon abhängt, wie, d. h. von welcher Richtung aus, die Beleuchtung stattfindet, und aus welchem Material die Fläche besteht.

In Bezug auf das von einer selbstleuchtenden Fläche ausgesandte Licht hat man daraus, dass eine glühende Kugel als gleichmässig helle Scheibe erscheint, geschlossen, dass das von einem Flächenelement in verschiedenen Richtungen ausgestrahlte Licht proportional dem Cosinus des Ausstrahlungs- oder Emanationswinkels ist (Cosinusgesetz), wenn man unter dem Ausstrahlungswinkel denjenigen Winkel versteht, den die Ausstrahlungsrichtung mit dem, auf dem Flächenelement errichteten Loth bildet. Denkt man sich nämlich das Auge in grosser Entfernung von der Kugel, so werden die nach dem Auge gesandten Strahlen nahezu parallel laufen. Damit alle Stellen der Kugel gleich hell erscheinen, müssen die Flächenstücke, die sämmtliche Strahlencylinder von gleichem Querschnitt aus der Kugeloberfläche herausschneiden, gleich viel Licht aussenden. Die Grösse dieser Flächenstücke hängt aber davon ab, wie ein Strahlencylinder gegen die Kugel liegt Geht seine Axe durch ihren Mittelpunkt, so ist das ausgeschnittene Flächenelement viel kleiner als bei jeder anderen Lage, und sonst wird es um so grösser, je kleiner der Winkel zwischen der Axe und der betreffenden Stelle der Kugeloberfläche, oder je grösser der Emanationswinkel ist. Da endlich die von den Cylindern gleichen Querschnittes herausgeschnittenen Stücke der Kugeloberfläche sich umgekehrt

verhalten wie die Cosinus der Emanationswinkel, so müssen sich die von gleichen Stücken der Kugeloberfläche ausgesandten Intensitäten direct wie die Cosinus der Emanationswinkel verhalten, damit in jedem Strahlencylinder von einem bestimmten Querschnitt auch dieselbe Intensität des Lichtes ausgesandt wird.

Leider ist das Cosinusgesetz nur in besonderen Fällen einigermaassen richtig, und obwohl verschiedene Versuche gemacht sind, es durch andere Beziehungen zu ersetzen, so muss zugegeben werden, dass es augenblicklich noch sehr an Untersuchungen über diesen Gegenstand fehlt.

Fast noch schlimmer steht es mit unserer Erkenntniss von den Gesetzen, welche die von beleuchteten Körpern nach verschiedenen Richtungen ausgesandten Lichtmengen beherrschen. Eine Frage, die bei der Anlage von Zeichensälen und Auditorien von nicht geringer Wichtigkeit ist.

Photometer.

Apparate zur Vergleichung von Lichtintensitäten, welche man als Photometer bezeichnet, sind in ziemlich grosser Anzahl vorhanden, doch hat man sie erst neuerdings soweit vervollkommnet, dass mit ihnen Messungen bis auf Bruchtheile von Procenten genau ausgeführt werden können.

Für viele Zwecke ist eine solche Genauigkeit indessen ganz überflüssig, und wir werden daher nicht nur die feinsten Apparate zu berücksichtigen haben, sondern auch einige von denen, welche minder genau, aber auch weniger kostspielig sind.

Zu den letzteren gehört beispielsweise das Photometer von Lambert und Rumford, das einfach aus einem undurchsichtigen Stab besteht, welcher in einigem Abstande vor einem hellen Schirm aufgestellt ist. Man vergleicht die Intensität zweier Lichtquellen, indem man diese vor dem Stabe hin- und herschiebt, bis die von ihnen entworfenen Schatten des Stabes dicht nebeneinander liegen und gleich hell erscheinen. Jeder Schatten erhält nur Licht von der nicht zu ihm gehörigen Lichtquelle. Wenn also die beiden Schatten gleich hell erscheinen, so müssen sich die Intensitäten umgekehrt verhalten wie die Quadrate der Entfernungen der Lichter von den betreffenden Schatten. Man sorgt übrigens dafür, dass die Winkel, unter denen das Licht auf den Schirm an der Stelle der Schatten auffällt, möglichst gleich sind.

Viel benutzt wird das Fettfleckphotometer von Bunsen, dessen Hauptttheil ein Papier ist, auf dem man mit Oel oder Fett einen Flecken angebracht hat, der durchsichtiger ist als seine Umgebung. Das Papier stellt man als Schirm zwischen die beiden zu vergleichenden Lichter, und verschiebt entweder diese oder das Papier hin und her, bis auf beiden Seiten der Fettfleck gleich stark gegen seine Umgebung absticht. Durch zwei in geeigneter Lage angebrachte Spiegel kann man an beiden Seiten des Papieres zugleich beobachten. Ist die Einstellung gemacht, so verhalten sich die Intensitäten der Lichter wie die Quadrate ihrer Abstände vom Schirm.

Bei einer anderen Art, dasselbe Instrument anzuwenden, werden erst die Abstände r_1 und r_2 der Lichter vom Schirm gesucht, bei denen der Fettfleck, von der einen Seite des Papiers aus gesehen verschwindet, d. h. seiner Umgebung möglichst gleich sieht, und dann die Abstände (bezw. r_1' und r_2'), bei denen dasselbe auf der anderen Seite des Papieres stattfindet.

Die Intensitäten I_1 und I_2 der Lichter verhalten sich in diesem Fall wie die Producte ihrer zugehörigen Abstände, bei den beiden Versuchen also

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1\, r_1'}{r_2\, r_2'}\,.$$

Die Complication, dass man bei der ersten Art der Messung das Papier auf beiden Seiten beobachten und bei der anderen Art zwei Einstellungen machen muss, ist dadurch veranlasst, dass das Papier im Fettfleckphotometer nicht den idealen Bedingungen genügt, nach denen der Fleck alles Licht durchlassen, die Umgebung alles zurückwerfen sollte. Wenn im Gegentheil diese Bedingungen erfüllt wären, so würde es hinreichen, nur auf der einen Seite des Papieres zu beobachten und in derjenigen Stellung die Abstände zu messen, in welcher der Fleck gleich hell erscheint, wie die Umgebung. So wie die Verhältnisse aber liegen, dass nämlich weder das befettete Papier alles Licht durchlässt, noch das andere alles zurückwirft, müssen die oben erwähnten besonderen Methoden der Beobachtung befolgt werden, um richtige Resultate zu erzielen. Man erkennt die Richtigkeit der umständlicheren Verfahren, wenn man in die Betrachtung für das gefettete und ungefettete Papier die Coefficienten einführt, die angeben, welcher Antheil des auffallenden Lichtes durchgelassen und welcher zurückgeworfen wird. Doch würde diese Ableitung hier, obwohl sie nicht schwierig ist, zu weit führen.

Bei dem Fettfleckphotometer ist nicht zu erreichen, dass der Fleck alles Licht durchlässt, seine Umgebung alles zurückwirft, doch haben Lummer und Brodhun*) einen Ersatz für das Papier angegeben, welcher thatsächlich ein für das Licht vollkommen durchlässiges neben einem das Licht vollkommen reflectirenden Feld darbietet.

Wird ein Glaswürfel durch eine Diagonalebene in zwei gleiche Prismen getheilt, und fügt man diese Prismen wieder in der ursprünglichen Lage aneinander, nachdem man von der ebenen Hypotenusenfläche des einen blos den mittelsten Theil stehen gelassen, den

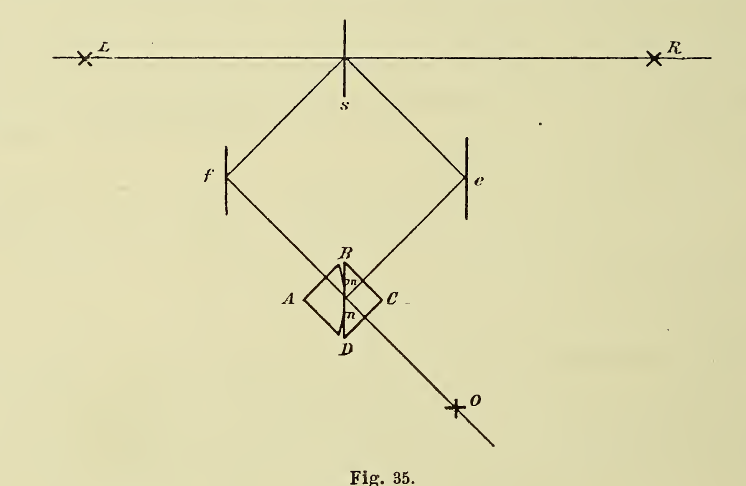


Fig. 35.

übrigen etwas abgeschliffen und, wie die andere Hypotenusenfläche und den stehen gebliebenen Theil polirt hat, so lässt sich diese Vorrichtung in ganz ähnlicher Weise verwenden wie das geölte Papier im Bunsen'schen Photometer, und hat vor jenem den erwähnten Vorzug voraus.

Es sei *ABCD* (Fig. 35) ein Querschnitt durch den zerschnittenen Glaswürfel, *BD* die Richtung des Schnittes. Blickt dann der Beobachter von *O* aus nach der Fläche *BD* im Innern des Würfels, so wird er durch das Mittelstück *mn*, in dem die Flächen der beiden Prismen einander berühren, gerade durch den Würfel nach *f* hin sehen können und die Fläche *mn* reflectirt von dem durch *BC*

*) O. Lummer u. E. Brodhun, Zeitschrift für Instrumentenkunde. IX. 23—25, 41—50. 1889.

einfallenden Lichte gar nichts. Dagegen wird an den Flächen Bm und nD, wo die Glasprismen durch Luftschichten getrennt sind, das Licht total reflectirt. Das Auge in O wird also auf diesen Flächen gar keine durch AB eintretenden, dafür aber die durch BC kommenden und auf die Flächen Bm und nD fallenden Strahlen wahrnehmen, und zwar ohne dass diese durch die an Bm und nD stattfindende Reflection an Stärke irgendwelche Einbusse erlitten hätten.

Man würde mit diesem Apparate also Intensitäten der von f und der von e kommenden Strahlen vergleichen können. Doch ist es vortheilhaft, zwei Lichtquellen, deren Stärkeverhältniss bestimmt werden soll, nicht direct bei f und e aufzustellen, sondern an diesen Stellen nur zwei ganz gleiche Spiegel anzubringen, welche bezw. das von den beiden Seiten des undurchsichtigen und beiderseits mit weissem Papier bedeckten Schirmes s kommende Licht reflectiren. Man verschiebt dann auf der optischen Bank RL die beiden Lichtquellen L und R bis die durch mn gesehene, linke Seite des Schirmes s gleich hell erscheint wie seine durch Bm und nD gesehene, rechte Seite.

Die Intensitäten der zu vergleichenden Lichtquellen R und L verhalten sich wie die Quadrate der Abstände des Schirmes von R und L.

Das Photometer von Lummer und Brodhun dürfte z. Z. das genaueste unter den Instrumenten für Lichtmessung sein, und ist auch schon zum Spectralphotometer vervollständigt, d. h. so ergänzt worden, dass es zur Messung der spectralen Bestandtheile gemischten Lichtes dienen kann.

Eine Vervollkommnung ihres Apparates haben Lummer und Brodhun noch erzielt, indem sie ihn so umgestalteten, dass an Stelle der Beurtheilung der Gleichheit diejenige des Contrastes tritt. Die Hauptänderung bezieht sich auf die Bearbeitung der Fläche, in der die beiden Glasprismen aneinanderstossen. Diese Fläche ist durch eine verticale Mittellinie in zwei gleiche Theile getrennt. Ausserdem ist noch ein (rechteckiges) Feld in der Mitte abgegrenzt, von dem gleich viel rechts wie links von der Mittellinie liegt. Durch ein Sandgebläse ist auf der Hypotenusenfläche des einen Prismas an bestimmten Stellen das Glas in einer dünnen Schicht fortgenommen, und dort zugleich die Oberfläche der Politur beraubt, so dass sie wie mattgeschliffen aussieht. Diese Behandlung erfährt auf der einen Seite das Mittelfeld, auf der anderen die äussere Umrandung. Die glattgebliebenen Theile werden sich zur Berührung mit

der ebenen Hypotenusenfläche des anderen Prismas bringen lassen, und das Licht wird an diesen Stellen ungeschwächt hindurchtreten können. Dagegen liegen an den übrigen Stellen dieselben Bedingungen vor, wie bei dem Gleichheitsphotometer, d. h. alles Licht wird total reflectirt. Soweit wäre also im Princip nichts gegen das eben beschriebene Photometer geändert. Nun lässt sich aber leicht für das in vier getheilte Feld erreichen, dass zwei Abschnitte jeder von einer Lichtquelle das Licht ungeschwächt, die beiden übrigen Abschnitte jeder von einer Lichtquelle das Licht im selben Verhältniss geschwächt hindurchlassen. Zu diesem Zweck werden zwei Glasplatten je vor eine Hälfte der Flächen gestellt, durch welche das Licht in das Glas eintritt und zwar so, dass von den beiden in der Ecke B (Fig. 36) aneinanderstossenden Hälften die eine bedeckt ist, die andere nicht. Dadurch wird erzielt, dass entweder die beiden mittleren oder die beiden äusseren von den vier Feldern das geschwächte Licht erhalten. Man hat nun als Kennzeichen für die gleiche Beleuchtung der beiden Seiten des Schirmes nicht nur die gleiche Helligkeit der inneren Felder unter sich, sowie die gleiche Helligkeit der äusseren Felder unter sich, sondern auch denselben Contrast zwischen innen und aussen, rechts und links. Wenn der Contrast von einer geeigneten Stärke ist, so wird die Beobachtung viel genauer, als wenn blos die Beurtheilung gleicher Helligkeiten zu Grunde gelegt wird.

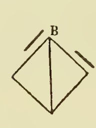


Fig. 36.

Die Zweckmässigkeit einer Anwendung des Contrastes wird folgendermaassen dargethan. Der Unterschied zweier Lichtstärken ist deutlich sichtbar, wenn sich ihre Werthe um 2%, nicht dagegen wenn sie sich blos um 1% unterscheiden. Nimmt man nun an, die Einstellung der Lichter auf der optischen Bank sei etwas fehlerhaft, so etwa, dass die Helligkeiten auf beiden Seiten des Schirmes s sich um 1% unterscheiden, so wird offenbar das Gleichheitsphotometer den Fehler nicht erkennen lassen. Anders das Contrastphotometer, wenn die durch die Glasplatten hervorgerufenen Schwächungen z. B. auch 1% betrügen, denn derjenige Abschnitt der in vier getheilten Hypotenusenflächen, welcher das ungeschwächte Licht von der stärker beleuchteten Schirmseite empfängt, grenzt an einen Abschnitt, durch welchen man das um 1% schwächere Licht der anderen Schirmseite sieht, nachdem dieses an der Glasplatte einen weiteren Verlust von 1% erlitten hat. Der Unterschied in der Helligkeit der beiden Abschnitte beträgt demnach 2% und

ist schon deutlich sichtbar, während die beiden übrigen Abschnitte ganz gleiche Beleuchtung empfangen, und daher auch keinen Contrast zeigen.

Die vorgesetzten Glasplatten schwächen das Licht, indem sie einen Theil reflectiren und nur den übrigen durchlassen. Der Betrag der Schwächung hängt von der Art des Glases, in viel höherem Maasse aber von der Neigung der Platten gegen das einfallende Licht ab. Liegen die Platten den Würfelflächen parallel, wie wir es annahmen, so wird die Schwächung etwa 8% betragen. Um jedoch auch andere Stärken des Contrastes hervorzurufen, haben Lummer und Brodhun Vorrichtungen angegeben, durch welche die Platten unter beliebigen Winkeln schräg gegen das einfallende Licht gestellt werden können, und auch vor den anderen Hälften der Würfelseiten, durch die das Licht eintritt, drehbare Glasplatten angebracht, welche dem Princip des Apparates gemäss gegen das einfallende Licht dieselbe Neigung, aber nicht diejenige wie die beiden ersten Platten besitzen müssen. Durch Variiren der Winkel zwischen Platten und Würfelflächen kann man die Stärke und sogar den Sinn des Contrastes verändern, d. h. nach Belieben bewirken, dass die inneren oder auch dass die äusseren Abschnitte der Hypotenusenflächen die dunkleren sind. Man kann sogar, indem man allen vier Platten die gleiche Neigung gegen die Würfelflächen giebt, aus dem Contrastphotometer wieder ein Gleichheitsphotometer herstellen.

Bei Contrasten von 18% und mehr ist die Empfindlichkeit entschieden geringer als beim Gleichheitsphotometer, sie wächst, wenn man den Contrast bis etwa auf 3% abnehmen lässt, ist bei 3% erheblich grösser als beim Gleichheitsphotometer, nimmt für schwächere Contraste aber wieder ab, weil das Auge dabei angestrengt und ermüdet wird. Es soll demnach ein möglichst geringer, aber noch deutlich und ohne Anstrengung sichtbarer Contrast angewandt werden.

Photometer nach L. Weber.

Der Lummer-Brodhun'sche Glaswürfel ist ebenso, wie er an die Stelle des mit Fettfleck versehenen Papieres in das Bunsen'sche Photometer gesetzt wurde, auch in anderen Formen von Photometern eingeführt worden, die ursprünglich eigene Vorrichtungen für die vom Glaswürfel geleisteten Dienste besassen, so z. B. in

dem Photometer von Leonhard Weber. Es ist dies ein Instrument, welches besonders für den leichten Transport und bequeme Handhabung berechnet ist, und dessen Benutzung namentlich nicht eine Dunkelkammer voraussetzt.

In seiner ursprünglichen Form*) bestand das Photometer von Weber aus einem innen geschwärzten Rohr B (Fig. 37), durch welches der Beobachter nach der zu messenden Lichtquelle L_1 blickt. Seitlich ist an diesem Rohre ein zweites A angebracht, dessen Axe gegen die des ersten unter einem rechten Winkel geneigt ist. An der Stelle, wo das Nebenrohr einmündet, ist in dem Hauptrohr ein totalreflectirendes Prisma P so befestigt, dass man durch es in das Nebenrohr blicken kann, in welchem hinter einer Milchglasplatte a die beim Vergleiche angewandte Hülfslichtquelle L_2 sich befindet, während man durch das Hauptrohr neben dem Prisma vorbei nach einer von L_1 beleuchteten Milchglasplatte b sieht. Die Platte a lässt sich verschieben, und ihr Abstand von L_2 wird an einem aussen an der Röhre A befindlichen Maassstab gemessen.

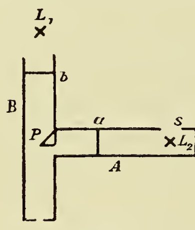


Fig. 37.

Als Hülfslichtquelle L_2 dient eine Benzinkerze. Aus der Höhe e ihrer Flamme, welche durch eine Oeffnung bei s gemessen wird, kann man die Lichtstärke i, wenn die Werthe von e zwischen 1 und 4 cm liegen, nach der Gleichung

$$i = a + be$$

berechnen, worin a und b zwei besonders zu bestimmende Constanten sind.

In einer ganzen Reihe von Photometern werden die Erscheinungen und Gesetze des polarisirten Lichtes angewendet. Vor der Einführung des Lummer-Brodhun'schen Apparates erreichte man mit dieser Art von Instrumenten die grösste, damals mögliche Genauigkeit; da aber die Einrichtungen meist complicirter sind wie bei jenem, mag es genügen, hier nur darauf hinzuweisen.

Spectralphotometer nach Vierordt.

Ein Spectralphotometer, welches durch die Einfachheit seines Principes besonders ausgezeichnet ist, hat Vierordt construirt. Dasselbe besitzt ausser den wesentlichen Theilen eines

*) L. Weber, Wied. Ann. 20. p. 326. 1883. Elektrotechn. Zeitschrift 1884. p. 166. 1885. p. 55 und Frisch, Ztschr. f. Elektrotechnik 1880. Heft 7, 8 u. 9.

Spectroskops (nämlich einem Prisma, einem Collimatorrohr zur Aufnahme des Spaltes und einem Beobachtungsfernrohr) als besondere Vorrichtungen nur zwei Blenden in dem Beobachtungsfernrohr, welche sich von beiden Seiten wie Coulissen in das Gesichtsfeld einschieben lassen, so dass man Streifen von beliebiger Breite an jeder Stelle des Spectrums herausschneiden, das übrige Spectrum abblenden kann, und ausserdem statt eines einfachen Spaltes zwei solcher. Diese Spalte sind gleich lang und stehen genau übereinander. Die Weite eines jeden von ihnen lässt sich in messbarer Weise verändern, indem man je einen Rand durch eine Schraube, welche mit einer Scala am Umfang ihres Kopfes versehen ist, dem anderen Rande beliebig nähern, und die Breite des Spaltes aus den Umdrehungen der Schraube bestimmen kann. Man erblickt nun durch das Beobachtungsfernrohr zwei mit den gleichen Farben übereinanderliegende Spectra, oder bei Anwendung der oben erwähnten Blenden Theile von solchen. Sind die Helligkeiten, mit denen der obere und der untere Spalt beleuchtet werden, ebenso wie die Breiten der Spalte dieselben, so erscheinen die beiden Spectra auch überall gleich hell. Werden aber die beiden Spalte von verschiedenen Lichtquellen beschienen, so ist an irgend einer Stelle der Spectren nur dann Gleichheit zwischen oben und unten vorhanden, wenn die Grössen der Spaltöffnungen, also auch deren Breite sich umgekehrt verhalten, wie die Intensitäten der vor ihnen befindlichen Lichtquellen. Denn die von einem Licht in dem Apparat hervorgerufene Helligkeit ist proportional einerseits der Intensität des Lichtes, andererseits der Grösse der Spaltöffnung. Durch die Bestimmung derjenigen Spaltbreiten, welche hergestellt werden müssen, damit die durch sie von verschiedenen Lichtquellen kommenden Strahlen gleiche Helligkeit hervorrufen, ergiebt sich also das Verhältniss der Lichtintensitäten. Für jede Breite des unteren Spaltes findet man auch eine zugehörige Breite des oberen, bei der die Helligkeiten oben und unten gleich sind. Hat man zwei Paare zusammengehöriger Breiten, so muss nicht nur jedesmal das Verhältniss zweier zusammengehöriger Werthe, sondern auch das Verhältniss der Differenz zweier Breiten oben, zur Differenz der beiden entsprechenden Breiten unten gleich dem umgekehrten Verhältniss von den Intensitäten der Lichtquellen (der oberen und der unteren) sein. Dieser Umstand ist deshalb wichtig, weil man durch seine Berücksichtigung den Fehler vermeiden kann, der sonst zuweilen dadurch entsteht, dass die Spalte nicht ganz geschlossen

sind, wenn man es nach der Ablesung am Schraubenkopf vermuthen sollte. Man wählt dann zur Sicherheit den Unterschied zwischen zwei Spaltbreiten oben und vergleicht ihn mit dem Unterschied zwischen zwei Spaltbreiten unten. Zu klein dürfen dabei die beiden Differenzen nicht sein, sonst erhalten Versuchsfehler einen zu grossen Einfluss auf das Resultat.

Ohne Weiteres würden sich mit dem Apparat, so wie wir ihn beschrieben haben, nicht leicht zwei Lichter vergleichen lassen, weil die beiden Spalte so dicht bei einander liegen, dass es nicht möglich wäre, jeden nur durch das eine Licht zu beleuchten. Es ist daher vor dem einen Spalt ein totalreflectirendes Prisma angebracht, so dass sich das Licht, welches diesen Spalt beleuchtet, seitlich vom Apparat befinden kann, während das andere Licht direct vor den Apparat gesetzt wird. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Intensität der Strahlen durch das Prisma geschwächt wird. Man nimmt daher häufig den Vergleich zweier Lichtstärken L_1 und L_2 dadurch vor, dass man beide nacheinander mit einem dritten Lichte L_3 vergleicht. Wenn letzteres nur bei beiden Bestimmungen unter den gleichen Bedingungen steht, so ist es von keiner Bedeutung, welchen Werth seine Intensität hat. Es ist auch erlaubt, die zu vergleichenden Lichtquellen L_1 und L_2 nacheinander durch das totalreflectirende Prisma zu betrachten, denn obwohl beide Intensitäten durch das Glasprisma geschwächt werden, so geschieht dies doch im selben Verhältniss, es wird also das Resultat, der Quotient der Lichtintensitäten L_1 und L_2 dadurch nicht geändert.

Die Vorrichtung des totalreflectirenden Prismas ist keine Eigenthümlichkeit des Vierordt'schen Photometers, sondern sie findet sich auch in der Regel bei den anderen Photometern vor, welche zwei übereinanderliegende Spalte besitzen. Ausserdem leistet sie bei den Spectralapparaten ausgezeichnete Dienste, wenn es sich um den schnellen Vergleich zweier Spectra handelt. Es braucht nämlich nur ein solches totalreflectirendes Prisma etwa vor den oberen Theil des Spaltes gesetzt zu werden, so dass die eine, zu untersuchende, neben dem Apparat stehende Lichtquelle ihre Strahlen durch dieses Prisma, die andere, hinter dem Apparat befindliche Lichtquelle die ihrigen direct und in den unteren Theil des Spaltes sendet. Es werden so die beiden betreffenden Spectra unmittelbar übereinander entworfen, und der Grad ihrer Uebereinstimmung lässt sich leicht feststellen.

Wünscht man zu untersuchen, welcher Theil des auf einen

durchsichtigen Körper fallenden Lichtes hindurchgeht, wieviel entweder absorbirt oder reflectirt wird, so kann man dabei das totalreflectirende Prisma anwenden, kommt aber in vielen Fällen auch ohne es aus. Die Bestimmung ist z. B. sehr einfach, wenn man eine Platte aus dem Körper besitzt, welche sich vor den einen Spalt setzen lässt. Indem man das Verhältniss zwischen den Grössen des freien und des durch die Platte verdeckten Spaltes ermittelt, wenn auf gleiche Helligkeit unten und oben eingestellt ist, erhält man damit das Verhältniss des durchgelassenen zu dem auffallenden Licht. Das nicht durchgelassene Licht besteht aus zwei Antheilen, dem absorbirten und dem reflectirten. Um diese beiden gesondert zu bestimmen, kann man so verfahren, dass man misst, welchen Theil des auffallenden Lichts zwei verschieden dicke Platten aus dem betreffenden Material einzeln durchlassen. Aus den Verhältnissen des von den beiden Platten durchgelassenen, zu der Intensität des auffallenden Lichtes kann, mit Berücksichtigung der Plattendicke (bezw. der Differenz der Dicken beider Platten) der Absorptionscoefficient gefunden werden.

Es handelt sich hier ausschliesslich um Verhältnisszahlen. Wenn man festgestellt hat, wie sich die von zwei verschieden dicken Platten durchgelassenen Mengen derselben ursprünglichen Intensität verhalten (die Dicken der Platten seien d_1 und d_2), so kennt man damit das Verhältniss, in welchem das auf eine Platte von der Dicke $d_1 - d_2$ auffallende, zu dem von ihr durchgelassenen Licht steht. Und zwar giebt dies Verhältniss die Schwächung an, welche allein durch Absorption erfolgt, denn der Verlust durch Reflexion vermindert bei den zwei untersuchten Platten nur die ursprüngliche Intensität in dem gleichen Verhältniss.

Statt das Verhältniss des durchgelassenen zu dem auffallenden Lichte für die beiden Platten gesondert zu messen, bestimmt man noch einfacher die Absorption, frei von dem durch die Reflexion bedingten Verlust, indem man die beiden ungleich dicken Platten vor die verschiedenen Spalte setzt, und das Verhältniss des von ihnen durchgelassenen Lichtes bestimmt. Es entspricht dieses Verhältniss direct dem Quotienten aus dem auffallenden, zum durchgelassenen Lichte bei einer Platte, deren Dicke gleich der Differenz der Dicken der beiden benutzten wäre, und bei welcher keine Reflexion an den Grenzen stattfände.

Der Absorptionscoefficient A wird definirt als $\frac{1}{\delta} \cdot \frac{\sigma}{s}$, worin s

die Menge des auffallenden, σ, die kleine Menge des in einer Platte von der sehr geringer Dicke δ absorbirten Lichtes bedeutet.

Um die Bedeutung des Absorptionscoefficienten A zu verstehen, muss man bedenken, dass, wenn das Licht durch eine Platte von bestimmter Dicke um 25% seines Betrages geschwächt wird, eine Platte von der doppelten Dicke nun nicht etwa 50% der anfänglichen Intensität absorbirt, sondern in der einen Hälfte 25% und in der zweiten 25% des übrigen Lichtes, also $\frac{25 \cdot 75}{100}$ % oder 18,75% des auffallenden Lichtes, folglich im Ganzen weniger als 50%.

Allgemein ergiebt sich, wenn die obige Gleichung für sehr dünne Schichten gilt, dass sich die von einer Platte von der endlichen Dicke d durchgelassene Intensität i' aus der ursprünglichen Intensität i berechnet nach der Formel

$$i' = i \cdot e^{-Ad}.$$

Aus dem Verhältniss $\frac{i}{i'}$ des auffallenden Lichtes zu dem von der Platte durchgelassenen findet man den Absorptionscoefficienten A demnach durch die Gleichung

$$A = \frac{1}{d} \log \text{nat.} \frac{i}{i'} = \frac{2{,}30}{d} \log \text{ vulg. } \frac{i}{i'} \cdot$$

Der Absorptionscoefficient ist im Allgemeinen abhängig von der Farbe. Man darf also nur von seinem Werthe für eine bestimmte Wellenlänge sprechen. Zur Feststellung der Wellenlängen dienen, ganz wie bei dem Spectroskop, die Spectrallinien. Man stellt vor den zu diesem Zwecke eng gemachten Spalt eine Flamme, in welche geeignete Metallsalze am Platindraht eingeführt werden, oder auch Geissler'sche Röhren, welche Gase enthalten, und justirt dann die Blende im Beobachtungsfernrohr, so dass man nur die Gegend um eine bestimmte Fraunhofer'sche Linie sieht, welche Strahlen von bekannter Wellenlänge entspricht.

Lichteinheit.

In Bezug auf die Herstellung einer zuverlässigen Lichteinheit sind augenblicklich noch grössere Untersuchungen im Gange.

In der Technik haben sich am meisten die Angaben nach Normalkerzen eingebürgert. Eine von den Normalkerzen ist eine englische Wallrathkerze, welche in der Stunde 120 Grains = 7,77 g verbraucht. Bei Kerzen aus demselben Material, die zwischen 114

und 126 Grains verlieren, darf man die Lichtintensitäten dem Verbrauche proportional setzen. Wegen ungleicher Dicke der Kerzen werden sie in der Mitte durchgeschnitten, und beide Stücke von der Schnittfläche aus angezündet nebeneinandergestellt. In Deutschland benutzt man einerseits die englischen Kerzen und schreibt eine Höhe der Flamme von 45 mm vor, andererseits auch die vom Verein von Gas- und Wasserfachmännern empfohlenen, unter seiner Aufsicht hergestellten Vereinskerzen, deren Flamme 50 mm hoch brennen soll.

Sehr gelobt wird als Lichtmaass die Amylacetatlampe von v. Hefner-Alteneck. Das Dochtrohr, welches den aus weichen Baumwollfäden bestehenden Docht enthält, soll 8 mm inneren, 8,3 mm äusseren Durchmesser besitzen. Die Lichtstärkeeinheit nach v. Hefner strahlt die Flamme in horizontaler Richtung aus, wenn sie 40 mm hoch, in ruhiger, reiner, atmosphärischer Luft brennt. Das Brennmaterial muss gutes Amylacetat (vom Siedepunkt um 140°) sein.

Optisches Drehungsvermögen.

Die Bestimmung der Drehung spielt eine so wichtige Rolle, nicht nur bei physiologisch-chemischen Untersuchungen, sondern auch in der medicinischen Praxis, dass die Kenntniss der betreffenden Methoden für jeden Arzt von Vortheil sein muss.

Man bezeichnet als optisch activ oder circularpolarisirend Substanzen, welche die Eigenschaft haben, die Schwingungsrichtung linearpolarisirten Lichtes, wie man es z. B. durch ein Nicol'sches Prisma erhält, bei seinem Durchgang durch sie zu drehen. Wenn man das durch einen Nicol polarisirte Licht durch einen zweiten untersucht, so lässt der zweite Nicol um so mehr Licht durch, je genauer die Hauptschnitte beider übereinstimmen, und das Licht, das vom ersten kommt, wird durch den zweiten vollständig ausgelöscht, wenn die Hauptschnitte senkrecht zu einander stehen. Bringt man, nachdem der zweite Nicol auf Auslöschung gestellt ist, d. h. so, dass sein Hauptschnitt zu dem des ersten senkrecht steht, zwischen beide eine optisch active Substanz, so äussert sich deren Wirkung dadurch, dass die Schwingungsrichtung des vom ersten Nicol kommenden Lichtes um einen bestimmten Winkel gedreht ist, dass daher der zweite Nicol dieses Licht nicht mehr vollständig auslöscht, sondern um denselben Winkel gedreht werden muss, damit

wieder Dunkelheit eintritt. Für Licht von verschiedenen Wellenlängen ist die Grösse der Drehung verschieden, und zwar so, dass die Drehung mit der Entfernung vom rothen Ende des Spectrums zum blauen zunimmt. In Folge dessen kann bei Anwendung gewöhnlichen, gemischten Lichtes in jeder Stellung des zweiten Nicols nur Licht von einer Wellenlänge ausgelöscht werden, während die übrigen Lichtarten nach Maassgabe ihrer abweichenden Drehung mehr oder weniger vom zweiten Nicol oder Analysator durchgelassen werden. Bei Anwendung gemischten Lichtes werden also bei Drehung des Analysators nacheinander verschiedene Farbengemische sichtbar. Die beschriebene Beobachtungsmethode wurde bei den älteren Apparaten angewandt, die also im Wesentlichen aus dem polarisirenden und dem analysirenden Nicol bestanden. Es gehört indessen grosse Uebung dazu, um mit solchen Vorrichtungen und gewöhnlichem Lichte geringe Drehungen nachzuweisen und einigermaassen genau zu messen. Das liegt daran, dass bei einer Drehung des zweiten Nicols um ziemlich erhebliche Beträge die Intensität des durchgelassenen Lichtes sich nur wenig ändert, und dass eine Einstellung auf das Minimum eines langsam und stetig sich verändernden Lichtes durchaus nicht leicht ist. Ein wesentlicher Vortheil aller neueren Apparate ist es, dass an Stelle des Vergleichs n a c h e i n a n d e r gesehener Intensitäten derjenige n e b e n e i n a n d e r gesehener Lichtstärken getreten ist.

Halbschattenapparate von Laurent und Lippich.

Bei diesen Apparaten geschehen die Einstellungen auf Grund einer Beurtheilung gleicher oder verschiedener Helligkeit an verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes

In dem Lippich'schen Apparat (Fig. 38) ist vor die eine, etwa die rechte Hälfte des Polarisatornicols ein Nicol gestellt, dessen Hauptschnitt um geringe Beträge gegen denjenigen des Polarisators gedreht werden kann. Dadurch sind die Polarisationsrichtungen auf den beiden Hälften des Gesichtsfeldes ein wenig verschieden, und desgleichen die Stellungen des Analysators auf Auslöschung rechts bezw. links. Zwischen den Stellungen des Analysators auf Auslöschung giebt es eine, wo die Hälften des Gesichtsfeldes gleich dunkel erscheinen. Diese kann man ceteris paribus viel genauer ermitteln, wie die Lage des Analysators bei einer einfachen Auslöschung, weil man es mit dem Vergleiche zweier nebeneinander-

liegender Felder auf ihre Helligkeit zu thun hat. Nachdem man eine Reihe von Ablesungen der Analysatorstellung auf dem Theilkreise *K* gemacht hat, bringt man die auf ihre Drehung zu untersuchende Substanz (bei *Z*) in den Apparat und macht abermals eine Reihe von Einstellungen auf gleiche Dunkelheit der Hälften des Gesichtsfeldes. Der Betrag der Drehung ist gleich dem Winkel zwischen den beiden Analysatorlagen. Die Drehung des Analysators geschieht durch den Trieb *S*.

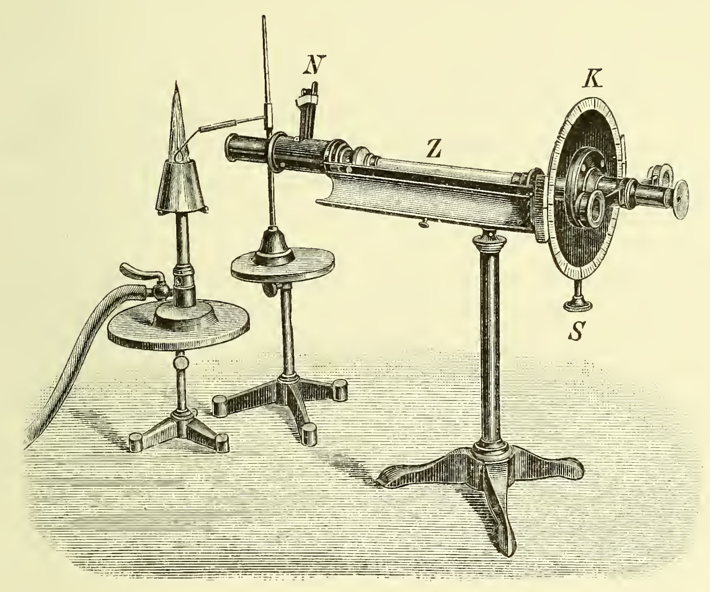


Fig. 38.

Es giebt ausser der erwähnten noch eine zweite Stellung des Analysators, bei der die Hälften des Gesichtsfeldes gleich hell sind. Sie liegt zwischen und dicht bei den Stellungen auf grösste Helligkeit der Hälften des Gesichtsfeldes, ist aber für die Zwecke der Messung bei weitem nicht so gut geeignet wie die andere Stellung, in der das Licht auf beiden Seiten des Gesichtsfeldes nahezu ausgelöscht ist. Letzteres erklärt sich dadurch, dass bei geringen Intensitäten des Lichtes ein Unterschied in den Helligkeiten sehr auffallend sein kann, welcher bei starken Intensitäten kaum oder gar nicht erkannt wird. Aus diesem Grunde ist auch für Beleuchtung von verschiedener Stärke die günstigste Neigung der

Polarisationsrichtungen in den beiden Hälften des Gesichtsfeldes eine verschiedene. Bei sehr hellem Lichte muss der Winkel kleiner sein als bei schwächerem Lichte. An den Apparaten ist eine Vorrichtung angebracht, um den Winkel verändern zu können*), und vor Beginn des Versuches muss man probiren, welche Grösse desselben bei dem angewandten Licht am günstigsten für die Genauigkeit der Einstellungen des Analysators ist, d. h. bei welchem Winkel die kleinste Drehung des Analysators ausreicht, um den Umschlag von einer gerade erkennbaren, grösseren Helligkeit auf der einen Seite in eine gerade erkennbare, grössere Helligkeit auf der anderen zu bewirken.

Der Halbschattenapparat von Lippich ist im Gegensatz zu dem sonst im Gebrauche ganz ähnlichen Instrument von Laurent für alle Arten Licht bestimmt. Sogar bei Anwendung gemischten Lichtes kann man mit demselben arbeiten. Doch ist in diesem Falle nicht leicht zu entscheiden, für welche Farbe die erhaltene Drehung eigentlich gilt.

Grosser Werth ist auch bei diesem Apparat wieder auf die richtige Einstellung der Linsen des Oculares zu legen. Die Trennungslinie zwischen den Hälften des Gesichtsfeldes muss so scharf wie möglich sichtbar sein.

Eine Form von Lippich'schen Halbschattenapparaten enthält eine von der beschriebenen etwas abweichende Vorrichtung, um an verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes polarisirtes Licht von etwas verschiedener Schwingungsrichtung zu erzeugen. Ein Nicol'sches Prisma ist nach der Ebene des Hauptschnittes durchgeschnitten, und dann wird entweder ein Theil fest vor der einen Seite des Gesichtsfeldes, ein anderer drehbar vor der anderen angebracht oder beide Theile wieder zusammengesetzt, nachdem an der Trennungsfläche soviel abgeschnitten ist, dass die Hauptschnitte der beiden Stücke eine kleine Neigung gegeneinander erhalten. In ersterem Falle kann der Winkel zwischen den Hauptschnitten verändert werden, zugleich tritt aber der Uebelstand ein, dass die an den Schnittflächen gelegene Begrenzung der beiden Nicoltheile in den meisten Lagen nicht mehr übereinstimmt, und das Gesichtsfeld daher nicht mehr aus zwei in Bezug auf die Beleuchtung verschiedenen Theilen besteht. Diesem Uebelstande hat Lippich dadurch abgeholfen, dass vor die beiden Theile von Nicols Theile

*) Der Hebel bei N in der Figur 38 dient zu dieser Regulirung.

von Linsen derart gestellt werden, dass, durch diese gesehen, die Nicoltheile weder einen Abstand zwischen sich zu lassen noch übereinanderzugreifen scheinen. Natürlich müssen die Linsentheile gegeneinander verstellbar sein, wenn diese Verhältnisse bei einer Drehung der einen Nicolhälfte gewahrt bleiben sollen.

Das Polaristrobometer von Wild.

In dem Polaristrobometer von Wild ist eine sehr scharfe Einstellung der Nicols dadurch ermöglicht, dass man eine Interferenzerscheinung beobachtet, die in bestimmten Stellungen der Nicols verschwindet. Die angewandte Interferenzerscheinung gehört in die grosse Classe derjenigen, welche durch Krystalle zwischen Nicol'schen Prismen erzeugt werden können. Speciell bei dem Wild'schen Apparat ist eine Combination zweier Krystallstücke, eine sogenannte Savart'sche Platte angewandt, welche aus zwei aufeinandergelegten Prismen aus Quarz oder Kalkspath besteht. Die Prismen sind so aus dem Krystalle geschnitten und zusammengestellt, dass die optischen Axen der beiden gegen die Endflächen der Platte unter 45° geneigt sind, und die Hauptschnitte zu einander senkrecht stehen. Wenn die Polarisationsrichtung des auf die Savart'sche Platte auffallenden Lichtes mit einem der Hauptschnitte der Platte übereinstimmt, so wird das Licht nicht in zwei Componenten zerlegt, und es kommt daher auch keine Interferenzerscheinung zu Stande. Ebensowenig findet eine solche statt, wenn die Polarisationsrichtung des Analysators in einen jener Hauptschnitte fällt, denn dann wird durch den Analysator blos die eine Componente des von der Platte kommenden Lichtes durchgelassen. Bei der Beobachtung wird die Einstellung des Polarisators benutzt, dessen Drehung durch den Trieb mit dem Knopf S (Fig. 39) bewirkt wird. Die vier um 90° verschiedenen Lagen, bei denen die Interferenzstreifen verschwinden, unterscheiden sich bei beliebiger Stellung des Analysators im Allgemeinen durch ihre Brauchbarkeit. Zwei um 180° von einander abweichende Lagen sind geeigneter als die beiden übrigen, und speciell bei der Stellung, welche dem Analysator gewöhnlich gegeben wird, sind es diejenigen, bei denen das Gesichtsfeld dunkler ist.

Wie man sieht, kommt es auch bei dem Wild'schen Apparat auf die Vergleichung der Helligkeiten verschiedener Theile des Gesichtsfeldes an.

Ueber die Wichtigkeit der genauen Einstellung des Oculares ist hier wieder dasselbe zu sagen, wie bei dem Lippich'schen Apparat. Wenn die Streifen nicht vollkommen gerade und scharf erscheinen, so werden die Beobachtungen sehr ungenau.

Man wendet homogenes Licht an, denn in gemischtem Lichte können bei Einschaltung eines optisch activen Körpers die Streifen wegen der für die verschiedenen Farben verschiedenen Drehung nicht vollständig zum Verschwinden gebracht werden.

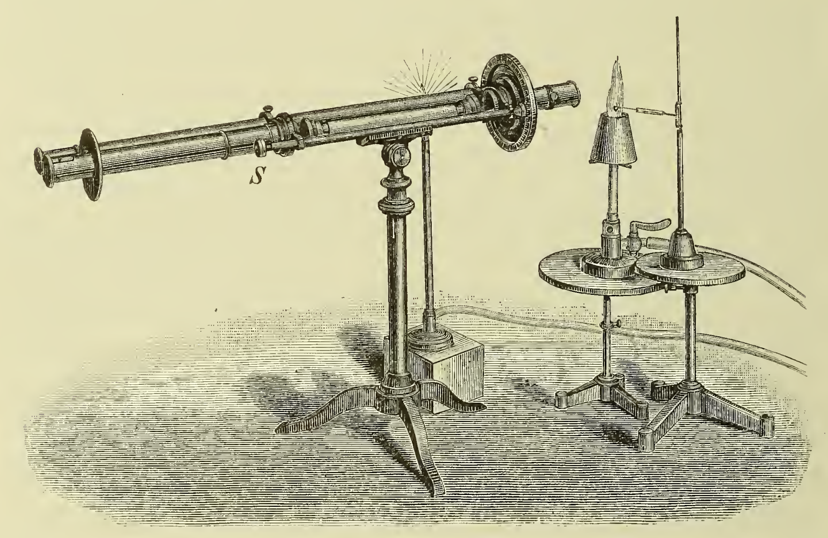


Fig. 39.

Sollten bei keiner Stellung des Polarisators die Streifen im ganzen Gesichtsfelde zugleich verschwinden, so genügt es, wenn man das Verschwinden an einer bestimmten Stelle benutzt.

Die Beobachtung besteht in einer Reihe von Einstellungen, ehe der Körper in den Apparat gebracht wird, und ebensovielen Einstellungen, nachdem er (zwischen Analysator und Savart'sche Platte) hineingebracht ist.

Die Ablesungen geschehen an einer an dem Analysator befestigten Theilung, welche an einem festen Index gleitet. Man beobachtet die Stellungen des Index auf der Theilung durch ein kleines Fernrohr (das hintere Rohr in Fig. 39). Die Beleuchtung der Scala geschieht durch ein neben dem Apparat angebrachtes Licht, dessen Strahlen durch eine seitliche Oeffnung in diesem

Fernrohr auf eine spiegelnde Fläche (Glasscheibchen) fallen und von dieser nach der Scala reflectirt werden.

Die Theilung nach Graden oder Unterabtheilungen von Graden erstreckt sich an manchen Instrumenten nicht über den ganzen Kreis, auf dem sie liegt, sondern dehnt sich nur, von der einen empfindlichen Nullstellung gerechnet, nach beiden Seiten über einen Bogen von ungefähr 50° (also zusammen circa 100°) aus, während auf der entgegengesetzten Seite der Peripherie eine Theilung angebracht ist, welche für directe, quantitative Rohrzuckerbestimmungen dient, und bei Anwendung einer Lösungsschicht von bestimmter Dicke unmittelbar den procentualen Zuckergehalt abzulesen gestattet. Man muss also, um die letztere Theilung zu benutzen, die zweite empfindliche Nullstellung des Analysators gebrauchen.

Das Saccharimeter von Soleil.

Einer der wesentlichsten Theile des Soleil'schen Apparates ist ein sogenannter **Biquarz** oder Doppelquarz. Die Krystalle von Bergkrystall (Quarz) haben die Eigenschaft, dass die Polarisationsebene von Licht, welches sie in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe durchsetzt, gedreht wird. Ein Theil dieser Krystalle ist rechtsdrehend, ein anderer Theil in demselben Grade linksdrehend. Der Biquarz besteht aus zwei nebeneinandergelegten, senkrecht zur Axe geschnittenen Platten, die gleich dick sind, und von denen die eine aus rechts-, die andere aus linksdrehendem Quarz geschnitten ist. Er steht zwischen zwei Nicol'schen Prismen, einem Polarisator und einem Analysator. Die Polarisationsebene des vom Polarisator kommenden Lichtes wird für alle verschiedenen Farben durch den Biquarz verschieden gedreht, jedoch von der einen Hälfte des Biquarzes je um denselben Betrag nach rechts, wie von der anderen nach links. Die Schwingungsrichtungen des aus dem Biquarz austretenden Lichtes können also nur für diejenigen Farben übereinstimmen, für welche die Drehung rechts wie links entweder 90° oder 180° ist. Es werden daher rechts und links nur dann dieselben Farben vom Analysator völlig durchgelassen bezw. völlig ausgelöscht, wenn der Hauptschnitt des Analysators zu demjenigen des Polarisators entweder senkrecht steht oder parallel ist.

Auch nur in diesen Fällen, also wenn die Hauptschnitte des Polarisators und des Analysators gekreuzt oder parallel sind, werden

rechts und links alle übrigen Farben genau im selben Betrage vom ganzen System durchgelassen. Denn blos in diesen Fällen ist die Neigung der Schwingungsrichtungen des aus dem Biquarz austretenden Lichtes zu dem Hauptschnitt des Analysators für jede Farbe auf der rechten Seite so gross wie für dieselbe Farbe auf der linken Seite. Es liegt nämlich dann, und nur dann in optischer Beziehung vollkommene Symmetrie zwischen beiden Seiten vor. Bei Anwendung gemischten Lichtes werden die beiden Stellungen des Analysators gegen den Polarisator dadurch gekennzeichnet sein, dass auf beiden Seiten des Gesichtsfeldes eine aus den gleichen Bestandtheilen zusammengesetzte, und daher gleiche Farbe sichtbar wird. Bringt man nun ausser dem Biquarz den auf seine Drehung zu untersuchenden Körper zwischen die Nicols, so wird sich die in ihm etwa vorhandene Drehung mit der in gleichem Sinne erfolgenden Drehung der einen Hälfte des Biquarzes addiren, von der Drehung der anderen Hälfte subtrahiren. Die beiden Hälften des Gesichtsfeldes können nicht mehr gleich gefärbt sein und im Allgemeinen auch nicht mehr durch Verstellung des Analysators gleich gemacht werden. Dagegen würde die Färbung beider Hälften des Gesichtsfeldes wieder gleich sein, wenn man zwischen die Nicols noch eine Vorrichtung brächte, welche dieselbe Drehung, aber im entgegengesetzten Sinne, besässe, wie die zu untersuchende Substanz. Wäre die Vorrichtung so eingerichtet, dass der Betrag der durch sie hervorgebrachten Drehung stetig verändert und in jedem Moment an einer Theilung abgelesen werden könnte, so liesse sich das Drehungsvermögen der Substanz in der Weise ermitteln, dass zuerst der Analysator auf gleiche Färbung des Gesichtsfeldes eingestellt, dann die Substanz zwischen die Nicols gebracht und an der erwähnten Vorrichtung die Drehung variirt wird, bis wieder die Farbe überall gleich ist, schliesslich der Betrag der durch die Vorrichtung eingeschalteten Drehung an der Theilung abgelesen wird.

Die Vorrichtung, durch welche an den Soleil'schen Apparaten in bestimmbarer Weise alle (in practischer Beziehung nothwendigen) Drehungen eingeschaltet werden können, der sogenannte Rotationscompensator (bei *C* in Fig. 41 p. 163), besteht aus einer senkrecht zur Axe geschnittenen Platte von Quarz und zwei Keilen, gleichfalls aus Quarz, aber aus solchem von anderem Drehungssinne. Die letzteren besitzen denselben Keilwinkel, und wenn man sie verkehrt aufeinanderlegt, d. h. derart, dass das dünne Ende des einen auf das dicke des anderen fällt (Fig. 40), so stellen sie zusammen eine

schräg durchschnittene, planparallele Platte von Quarz dar. Die Keile sind so geschnitten, dass in der aus ihnen gebildeten Platte die optische Axe des Krystalles senkrecht auf der Plattenebene, der Ebene der Aussenflächen, steht.

Lässt man nun die Keile aneinander vorübergleiten, so kann ihre gegenseitige Lage die in Fig. 40a und b angedeutete werden. Stets bleibt der Theil, an dem sie übereinandergreifen, von der Form einer (schräg durchschnittenen) planparallelen Platte, die aber beim Hin- und Herbewegen der Keile stetig ihre Dicke ändert. Es ist dafür gesorgt, dass blos der besagte Theil vor dem Gesichtsfelde des Apparates liegt. Bei der gemeinsamen Wirkung der planparallelen Quarzplatte von dem einen Drehungssinne und der Schicht von veränderlicher Dicke mit dem anderen Drehungssinne wird die gesammte Drehung nach Sinn und Grösse davon abhängen, um wieviel dicker oder dünner die aus den Keilen zusammengesetzte Schicht ist, als die einfache Quarzplatte. Auf dem einen Keil ist eine Theilung angebracht, auf dem anderen ein Index, welcher sich, bei der Verschiebung der Keile, an der ersteren hinbewegt, und dessen Stellung an ihr maassgebend für die Dicke der aus den Keilen zusammengesetzten Schicht, also mittelbar für die ganze, durch die Quarze des Rotationscompensators eingeschaltete Drehung ist. Ein Theil der Scala bedeutet

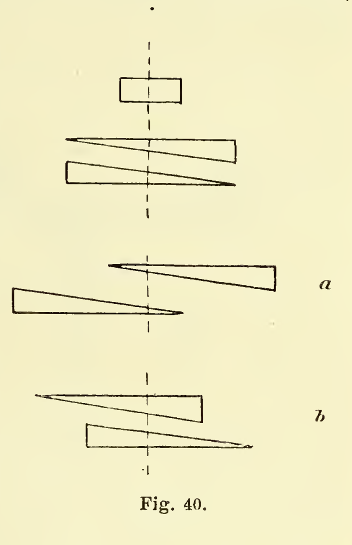


Fig. 40.

$$0{,}217^0$$

bei den Apparaten, die von Dubosq,

$$0{,}346^0$$

bei den Apparaten, die von Ventzke verfertigt sind. Bei manchen Apparaten beziehen sich diese Werthe auf die Zehntel eines Intervalles.

Wie oben erwähnt wurde, ist in dem Farbengemisch, welches der Biquarz bei den zwei ausgezeichneten Stellungen der Nicols (Hauptschnitte parallel und gekreuzt) besitzt, diejenige Farbe vollständig ausgelöscht, welche um 90 bezw. 180° durch den Biquarz gedreht wird. Biquarze von verschiedener Dicke werden daher

auch bei Stellung der Nicols auf Gleichheit der beiden Gesichtsfeld-Hälften verschiedene Färbungen zeigen. Damit der Apparat möglichst empfindlich ist, d. h. möglichst kleine Unterschiede in der Drehung durch erkennbare Farbenänderung anzeigt, sind nicht alle Farbengemische gleich brauchbar. Für ein nicht farbenblindes Auge nimmt man an, dass besonders kleine Abweichungen des Analysatornicols für dasjenige Farbengemisch erkennbar werden, in welchem gelbes Licht fehlt. Der Biquarz hat daher eine solche Dicke, dass gelbes Licht um 90^0 gedreht wird. Die Farbe, welche dann bei Gleichheit der beiden Gesichtsfeld-Hälften vorhanden ist, ist eine violette, die sogenannte empfindliche Farbe (teinte sensible).

Soll die Drehung farbiger Substanzen bestimmt werden, so würde in vielen Fällen mit der beschriebenen Einrichtung die empfindliche Farbe nicht zu erreichen sein, weil in der Substanz Schwächung und selbst Auslöschung bestimmter Farben des Spectrums stattfindet. Um auch dann eine Annäherung an die empfindliche Farbe zu ermöglichen, besitzen manche von den Soleil'schen Apparaten noch Theile, durch welche die Art des benutzten Lichtes verändert, und zwar in der Weise verändert werden kann, dass diejenige Lichtart, welche, durch die Wirkung der farbigen Substanz, durch ihre relativ grössere Stärke das Zustandekommen der empfindlichen Farbe verhindert, soweit geschwächt wird, als für eine brauchbare Annäherung an die empfindliche Farbe nothwendig ist. Zu diesem Zwecke befinden sich vor dem Polarisator eine senkrecht zur optischen Axe geschnittene Quarzplatte und ein drehbares Nicol'sches Prisma. Je nach der Stellung der Hauptschnitte von diesem Nicol, das wir kurz Q (Fig. 41) nennen wollen, und dem Polarisator gegeneinander werden verschiedene Farben aus dem Lichte ausgelöscht. Wenn dann z.B. die Drehung einer farbigen Substanz bestimmt werden soll, welche mehr blaue als rothe Strahlen absorbirt, dann kann man das zur empfindlichen Farbe erforderliche Gleichgewicht zwischen blau und roth wieder herstellen, indem man das Nicol'sche Prisma Q so gegen den Polarisator einstellt, dass vorzugsweise rothe Strahlen durch den aus diesen beiden Prismen und der dazwischen befindlichen Quarzplatte bestehenden Farbenregulator geschwächt werden. Es ist von Wichtigkeit, dass man diese Theile des Apparates auch bei der Untersuchung farbloser Substanzen nicht vergisst, weil die richtige Einstellung derselben für irgend eine gefärbte Substanz gerade das Zustandekommen der empfindlichen Farbe für die farblosen hindert.

Wenn wir nun noch erwähnen, dass man nicht mit blosem Auge beobachtet, sondern durch ein kleines Fernrohr, welches vor dem Analysator angebracht ist, so haben wir alle wesentlichen Stücke des Apparates genannt.

Die Einrichtung ist verwickelt genug, um eine planlose Einstellung der einzelnen Theile zu einer sehr zeitraubenden und ärgerlichen Beschäftigung zu machen. Daher möge die richtige Reihenfolge in Kürze angegeben werden.

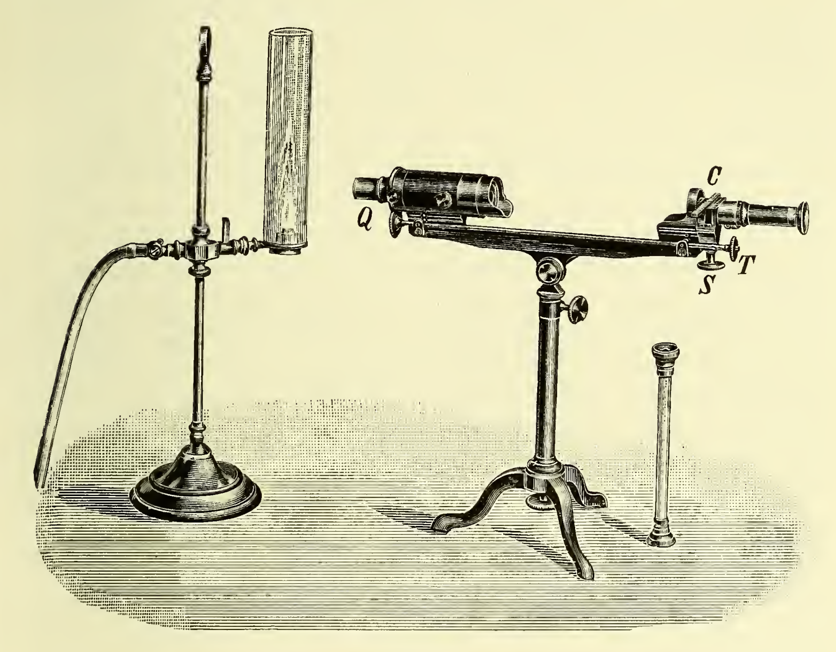


Fig. 41.

Man beginnt mit der Justirung des Fernrohrs, indem man durch Ausziehen oder Einschieben des Oculares so scharf als möglich auf die Grenzlinie der beiden Felder des Biquarzes einstellt. Namentlich Anfänger sind sehr geneigt, hierauf nicht genügende Sorgfalt zu wenden, was sich dann durch erhebliche Schwierigkeit und Ungenauigkeit der Messungen schwer rächt. Dieselbe Bemerkung gilt ja übrigens auch für die Polaristrobometer und für eine Menge sonstiger optischer Apparate.

Nun wird der Index auf dem einen beweglichen Keil (bei *C* Fig. 41) auf den Nullpunkt der Theilung gebracht, damit in dem Compensator

C keine Drehung vorhanden ist. Diese Einstellung geschieht, wie überhaupt die Verschiebung der Keile gegeneinander, durch den Triebkopf *S*.

Darauf dreht man den Analysator durch einen am Fernrohr unweit von *C* befindlichen, in der Zeichnung aber nicht sichtbaren Triebkopf, bis die beiden Hälften des Biquarzes die gleiche Farbe zeigen. Wenn dies nicht ohne weiteres die empfindliche Farbe ist, so liegt das daran, dass das vom Polarisator kommende Farbengemisch durch verkehrte Stellung des Nicols *Q* am Farbenregulator nicht das richtige ist. Man hat also durch Drehung des Triebkopfes *T* im ganzen Gesichtsfelde die empfindliche Farbe herzustellen. Bei dieser Drehung ändern sich beide Hälften des Gesichtsfeldes in gleicher Weise, falls der Analysator vorher genau in die richtige Stellung gebracht wurde, sonst bemerkt man zuweilen bei Annäherung an die empfindliche Farbe einen Unterschied in den Hälften des Gesichtsfeldes, den die weniger empfindlichen Farbengemische nicht erkennen liessen. In letzterem Falle wird dann der Unterschied durch abermaliges Justiren des Analysators ausgeglichen. Sehr verblüffend wirkt oft auf Anfänger der Umstand, dass beim Drehen des Nicols *Q* durch alle möglichen Lagen überhaupt die empfindliche Farbe nicht zu erreichen ist, obwohl beide Hälften des Gesichtsfeldes sich stark verändern. Der Grund ist der, dass der Analysator eine um 90° von der richtigen abweichende Stellung bekommen hat, bei der, wie wir oben erwähnten, auch Gleichheit der Gesichtsfeld-Hälften vorhanden ist, doch so, dass das gelbe Licht, welches in der empfindlichen Farbe fehlen soll, gerade vollständig durchgelassen wird. Charakteristisch für diesen Fall sind die fahlen, gelblichen Farben, die bei Drehung des Nicols *Q* auftreten. Das Versehen wird durch Drehung des Analysators um 90° leicht berichtigt.

Die Entscheidung darüber, welches die richtige „empfindliche Farbe“ ist, trifft man am besten, wenn man bei dem Uebergang von roth in blau auf eine Farbe einzustellen sucht, die man weder als vorwiegend roth noch als vorwiegend blau bezeichnen würde. *)

Die eigentlichen Messungen beginnen damit, dass die richtige Nullstellung der Keile, die möglicherweise nicht genau mit der Nullstellung auf der Theilung übereinstimmt, durch 10 Einstellungen auf Gleichheit der Gesichtsfeld-Hälften ermittelt wird. Darauf bringt

---

*) Die allerempfindlichste Farbe ist übrigens diese sog. „empfindliche Farbe“ (teinte sensible) im Allgemeinen nicht.

man den auf seine Drehung zu untersuchenden Körper zwischen den Biquarz und die Keile, und macht wieder 10 Einstellungen der Keile auf Gleichheit der Gesichtsfeld-Hälften. Der Betrag der Drehung ergiebt sich, indem man die algebraische Differenz der Mittel aus den ersten und letzten 10 Messungen nimmt, d. h. die Mittel der Einstellungen addirt, wenn sie auf verschiedene, subtrahirt, wenn sie auf die gleiche Seite des Nullpunktes fallen, und mit Hülfe der Constanten auf Seite 161 in Grade umrechnet.

Durch einen Versuch mit einer Substanz von bekanntem Drehungssinne, etwa gewöhnlichem, rechtsdrehendem Zucker, kann man feststellen, wie die Richtung der Keilbewegung mit dem Sinne der Drehung zusammenhängt.

Um die Drehung von Flüssigkeiten zu untersuchen, bringt man diese in Glasröhren, welche an den eben geschliffenen Enden durch aufgelegte Glasplatten geschlossen werden können. Die Glasplatten werden durch Messingringe angedrückt und festgehalten, welche auf Messingfassungen an den Enden der Röhre aufgeschraubt werden können. Die Füllung der Röhre geschieht folgendermaassen. Erst wird die eine Glasplatte aufgesetzt und vermittelst ihres Metallringes angepresst, dann die Flüssigkeit in die Röhre eingegossen, bis sie ein wenig über das offene Ende hervortritt, vorsichtig die zweite Platte auf dies Ende geschoben, ohne dass Luftblasen unter der Platte bleiben, und schliesslich auch der zweite Metallring aufgeschraubt.

Bei Flüssigkeiten, welche Fett nicht lösen, kann man die geschliffenen Enden der Röhre vorher einfetten, um einen vollkommenen Verschluss zu sichern.

Sehr häufig erscheinen Röhren, welche mit neubereiteten Lösungen durchsichtiger, ungefärbter Substanzen gefüllt sind, ganz ungeeignet zur Untersuchung dadurch, dass die Lösungen nicht homogen sind, sondern Schlieren zeigen. Man kann in solchen Fällen weder das Ocular richtig einstellen, noch brauchbare Messungen machen. Es müssen durch ordentliches Umrühren die Schlieren erst beseitigt werden.

Ein anderer Umstand, der häufig die Messungen unsicher macht, ist der, dass die Fassungen, durch welche man die Glasplatten an der Röhre befestigt, so energisch angeschraubt werden, dass die Glasplatten durch den starken Druck doppeltbrechend werden. Eine derartige Doppelbrechung stört aber die Beobachtung der Drehung recht erheblich, kann sie sogar ganz verhindern.

Von reinem Rohrzucker dreht eine Schicht von l dm Länge, wenn die Concentration derart ist, dass 100 cbcm Lösung z g Zucker enthalten, gelbes Licht um

$$\alpha = 0{,}665^0 \,.\, z\,l,$$

weisses Licht im Mittel um

$$\alpha = 0{,}71^0 \,.\, z\,l.$$

Aus der Drehung α in einer Röhre von l dm Länge ergiebt sich demnach der Gehalt z an Gramm Zucker in 100 cbcm Lösung zu

$$z = 1{,}504 \, \frac{\alpha}{l}$$

für gelbes und zu

$$z = 1{,}41 \, \frac{\alpha}{l}$$

für weisses Licht.

Elektrische Messungen.

Elektrische Grössen und Gesetze.

Das Ohm'sche Gesetz. Schaltung von Elementen.

Ueber die Grössen, welche beim Arbeiten mit elektrischen Strömen hauptsächlich in Betracht kommen, und ihre Beziehungen zueinander, mögen hier noch einige allgemeine Bemerkungen vorausgeschickt werden.

Die elektromotorische Kraft, die Ursache der elektrischen Ströme, ist principiell von der Spannung oder Potentialdifferenz, welche zwischen den Conductoren einer Elektrisirmaschine besteht, nicht verschieden. Als ein Mittel zur Veranschaulichung der elektromotorischen Kraft oder der Potentialdifferenz verwendet man häufig den Unterschied der Niveaus von verschiedenen, mit Flüssigkeit gefüllten Gefässen. Aehnlich wie sich die Potentialdifferenz zwischen Conductoren ausgleicht, wenn diese durch einen Leiter miteinander verbunden werden, so stellt sich auch bei der Verbindung von verschieden hoch mit Flüssigkeit gefüllten Gefässen durch Röhren in diesen eine Strömung her, bis die Niveaus in den Gefässen gleich sind. Die Strömung in dem verbindenden Leiter bezw. den verbindenden Röhren kann nur solange andauern, wie noch ein Unterschied des Potentiales in den Conductoren oder des Niveaus in den Gefässen vorhanden ist. Eine dauernde Strömung ist nur dann möglich, wenn durch geeignete Mittel der Unterschied der Potentiale oder der Niveaus stets wieder erneut wird. Die Elektrisirmaschinen sind nun zwar im Stande, sehr grosse Potentialunterschiede zu liefern, wenn die Conductoren isolirt sind. Doch sind die dabei in Bewegung gesetzten Mengen von Elektricität sehr gering, und die Potentialdifferenz verschwindet daher ausserordentlich schnell, wenn die Conductoren durch einen Leiter verbunden werden. Die galvanischen Elemente besitzen den Elektrisirmaschinen gegenüber zwar nur ganz geringe Potentialdifferenzen an ihren Polen, dagegen

sind sie fähig, durch die in ihnen ablaufenden chemischen Processe stets wieder Elektricität zu fördern und die Potentialdifferenz zu erhalten. Wenn also die Pole eines galvanischen Elementes durch einen Leiter verbunden werden, kann ein dauernder galvanischer Strom entstehen.

Die Stromstärke oder Intensität eines Stromes ist gleich der Menge von Elektricität, die in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Bahn fliesst. Die Stromstärke kann entweder durch ihre Wirkungen nach aussen, beispielsweise durch die Ablenkung von Magnetnadeln oder auch durch die von ihr geleistete chemische Zersetzung (etwa nach der bei der Zersetzung von angesäuertem Wasser entstandenen Menge Knallgas) bestimmt werden.

Ebenso wie die Stärke der Strömung bei dem zur Erläuterung herangezogenen Vorgang des Ausgleichs der Niveaus in zwei Flüssigkeitsgefässen nicht blos von dem Unterschiede der Niveaus abhängt, sondern von der Länge und Weite, sowie den übrigen Eigenschaften der verbindenden Röhre, ebenso ist auch die Stärke des elektrischen Stromes nicht nur von der Grösse der elektromotorischen Kraft, sondern auch von der Beschaffenheit, der Länge und Dicke des verbindenden Leiters abhängig. Je länger und je dünner der Leiter ist, um so kleiner wird die Stromstärke, und bei Leitern von denselben Dimensionen, aber verschiedenem Material ist auch die Wirkung auf die Stromstärke verschieden. Man sagt, der Leiter besitze einen gewissen Widerstand, durch den er die Stromstärke beeinflusst, einen Widerstand, der um so grösser ist, je länger und je dünner die aus dem Leiter hergestellte Strombahn ist.

Man hat nun gefunden, dass man den Widerstand eines cylindrischen Drahtes direct proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitt setzen kann, und dass eine sehr einfache Beziehung zwischen den drei Grössen, Stromstärke, elektromotorische Kraft und Widerstand, besteht. Diese Beziehung ist das wichtige Ohm'sche Gesetz, welches lautet:

Die Stromstärke i ist direct proportional der elektromotorischen Kraft e, umgekehrt proportional dem Widerstande w.

Wenn man die Einheiten dieser drei Grössen richtig wählt, drückt sich dies Gesetz in der bequemen Form aus

$$i = \frac{e}{w} \text{ oder } iw = e.$$

Allerdings ist hierbei Folgendes zu beachten. Wenn die Pole eines galvanischen Elementes durch einen Leiter verbunden werden,

so fliesst der Strom nicht blos durch den Leiter, sondern auch durch das Element. Der Widerstand w besteht also aus zwei Theilen, demjenigen (w_a) der Leitung zwischen den Polen, welchen man als äusseren Widerstand bezeichnet, und demjenigen (w_i) des Elementes, welchen man den inneren Widerstand nennt. Das Ohm'sche Gesetz hat also, wenn wir diese beiden Grössen gesondert berücksichtigen, die Form

$$i = \frac{e}{w_a + w_i}.$$

Eine der wichtigsten practischen Fragen, welche durch eine Discussion dieser Formel erledigt wird, ist die nach der Art, wie man eine gegebene Anzahl von galvanischen Elementen zu verbinden hat, um in einem gegebenen Leiter eine möglichst grosse Stromstärke zu erzielen. Die Verbindung der Elemente kann ja entweder so erfolgen, dass man alle positiven Pole in einer Reihe durch Drähte miteinander, und ebenso alle negativen Pole durch Drähte unter sich verknüpft, dies bezeichnet man als Schaltung der Elemente nebeneinander, oder es werden alle Elemente in eine Reihe gestellt und jedes mit dem folgenden durch Verbindung zweier ungleichnamigen Pole aneinandergeschlossen, dann sagt man, die Elemente seien hintereinander geschaltet. Ausserdem giebt es noch Schaltungsweisen, bei denen die Gesammtheit der Elemente in eine Anzahl von gleichen Gruppen zerlegt wird, und die Elemente jeder Gruppe hintereinander, die Gruppen als Ganze nebeneinander geschaltet werden oder umgekehrt.

Bei den verschiedenen Schaltungen sind aber die Widerstände ebensowenig gleich wie die elektromotorischen Kräfte, sondern die Widerstände werden am grössten bei den Schaltungen, wo die elektromotorischen Kräfte am grössten, und am kleinsten, wo diese am kleinsten sind.

Wir haben nun zu entscheiden, ob man in einem besonderen Falle gut thut, die Schaltung so zu wählen, dass die elektromotorische Kraft einen grossen Werth annimmt, obwohl dann auch der innere Widerstand gross wird, oder ob man ein besseres Resultat erzielt, durch Verringerung des Widerstandes, trotzdem zugleich die elektromotorische Kraft abnimmt. Es stellt sich bei der Behandlung dieser Frage heraus, dass die Anordnung der Elemente ganz verschieden erfolgen muss, je nach dem gegebenen Widerstand (w_a), welchen die äussere Strombahn besitzt.

Dass die Grösse des äusseren Widerstandes für die günstigste

Anordnung maassgebend sein muss, können wir leicht für die extremen Fälle nachweisen, in denen dieser Widerstand im Verhältniss zu demjenigen der Elemente entweder einen sehr grossen oder einen sehr kleinen Werth besitzt.

Wir wollen annehmen, es seien 10 Elemente gegeben. Hintereinander geschaltet besitzen sie zwar die 10fache elektromotorische Kraft, aber auch den 10fachen Widerstand eines einzigen Elementes. Nebeneinander geschaltet stellen sie ein einziges grosses Element dar, dessen elektromotorische Kraft nicht grösser ist als diejenige des einzelnen Elementes, dessen Widerstand aber, da der Querschnitt 10mal grösser ist, nur den 10ten Theil des Widerstandes bei diesem beträgt.

Betrachten wir nun zuerst den Fall, dass der gegebene, äussere Widerstand tausende von Malen grösser ist als der Widerstand eines Elementes. In dem Ausdruck

$$i = \frac{e}{w_a + w_i}$$

wird der Zähler beim Hintereinanderschalten der Elemente 10mal so gross als beim Nebeneinanderschalten derselben, während der Nenner sich bei diesen beiden Schaltungsweisen noch nicht um 1% unterscheidet. Die Stromstärke ist in diesem Fall, wie man sieht, beim Hintereinanderschalten der Elemente etwa 10mal grösser als beim Nebeneinanderschalten derselben, und auch noch bedeutend grösser wie bei jeder anderen (combinirten) Art der Verbindung. Beiläufig mag erwähnt werden, dass wir es bei der Anwendung des constanten Stromes in der Therapie mit Verhältnissen zu thun haben, welche diesem Falle entsprechen. Der Widerstand des menschlichen Körpers ist so gross im Verhältniss zu dem der gebräuchlichen Elemente, dass man, um eine möglichst grosse Stromstärke zu erzielen, unbedingt die Elemente hintereinanderschalten muss.

Gehen wir zu dem anderen extremen Falle über, bei dem der äussere Widerstand tausende von Malen kleiner ist als der Widerstand eines Elementes, so gestaltet sich die Sache ganz anders. Wenn hier die 10 Elemente hintereinandergeschaltet werden, so ist die Stromstärke durchaus nicht viel stärker als wenn überhaupt nur ein Element benutzt würde, denn die elektromotorische Kraft ist zwar 10mal so gross, der Widerstand ist aber gleichfalls fast genau 10mal so gross wie der eines einzigen Elementes.

Der äussere Widerstand (w_a) verschwindet ja im Nenner des Ausdrucks

$$i = \frac{e}{w_a + w_i}$$

nahezu gegen den inneren Widerstand w_i, wenn sich also w_i verdoppelt, verdreifacht u. s. f., so muss sich auch annähernd der ganze Nenner verdoppeln, verdreifachen u. s. f. Werden nun die Elemente nebeneinandergeschaltet, so beträgt, obwohl die elektromotorische Kraft nicht grösser wird als die von einem einzigen Element, doch die Stromstärke nahezu 10 mal mehr, als wenn ein einziges Element, oder auch alle 10 Elemente hintereinander, angewandt würden, denn der Gesammtwiderstand sinkt im gegebenen Falle, weil er hier von dem inneren Widerstande kaum merklich verschieden ist, auf den zehnten Theil des Widerstandes eines Elementes. Will man demnach einen möglichst starken Strom durch einen Widerstand schicken, der im Verhältniss zu dem Widerstand der angewandten Elemente ausserordentlich klein ist, so muss man die Elemente nebeneinander schalten.

Mit diesem Falle haben wir es unter Umständen z. B. zu thun, wenn es sich um die Erhitzung eines Galvanocauters durch den elektrischen Strom handelt. Hier würde es, da der Widerstand des Galvanocauters nicht gross ist, durchaus nicht angebracht sein, viele Elemente mit grossem Widerstande hintereinanderzuschalten, sondern man muss vornehmlich auf eine Herabsetzung des Widerstandes in den Elementen bedacht sein, möglichst grosse Elemente wählen und sie nebeneinander schalten.

Wir haben nun gesehen, dass eine ganz verschiedene Anordnung der Elemente zweckmässig ist, wenn die äussere Strombahn einen sehr grossen, wie wenn sie einen sehr kleinen Widerstand besitzt. Die Frage wäre nun, welche Schaltungsweise soll man in allen dazwischen liegenden Fällen anwenden? Hier gilt eine allgemeine Regel (deren Ableitung wir hier übergehen), welche lautet:

Die zweckmässigste Schaltungsweise der Elemente ist die, bei der der innere Widerstand möglichst gleich dem äusseren wird.

Wie man sieht, stehen die oben erwähnten Specialfälle mit dieser Regel in Einklang, denn wenn der äussere Widerstand sehr gross ist, muss man auch den inneren sehr gross machen, also die

Elemente hintereinander schalten, wenn dagegen der äussere Widerstand sehr klein ist, so muss auch der innere klein werden, und dazu schaltet man die Elemente nebeneinander.

Gesetze der Stromvertheilung (Kirchhoff'sche Regeln).

Kaum weniger wichtig als das Ohm'sche Gesetz selbst sind für das practische Arbeiten mit galvanischen Strömen die beiden Kirchhoff'schen Regeln. Sie sind es, welche gestatten, bei dem complicirtesten Netze von Leitern, das in seinen verschiedenen Zweigen ganze Reihen von elektromotorischen Kräften vertheilt enthält, überall die herrschende Stromstärke zu berechnen. Ihre Anwendung ist bei fast allen elektrischen Messungen und zweckmässigen elektrischen Einrichtungen eine nicht zu entbehrende Voraussetzung.

Die erste Kirchhoff'sche Regel lautet:

An jedem Verzweigungspunkt des Leiternetzes ist die Summe der Intensitäten in den von dort ausgehenden Leitern gleich Null, wenn man die Intensitäten der nach dem Verzweigungspunkt hin gerichteten Ströme positiv, die anderen negativ rechnet.

Man kann die Richtigkeit dieses Satzes leicht einsehen, wenn man sich an die Definition der Stromstärke, als der in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt fliessenden Elektricitätsmenge erinnert. Soll nicht an dem Verzweigungspunkt eine Stauung von Elektricität stattfinden, die mit einer constanten Strömung der Elektricität unvereinbar ist, so muss die Gesammtmenge der in der Zeiteinheit hinfliessenden Elektricitätsmenge gleich der Menge der wegfliessenden Elektricität sein, woraus ohne Weiteres die erste Kirchhoff'sche Regel folgt.

Die Ableitung der zweiten Kirchhoff'schen Regel ist durchaus nicht so einfach, wir übergehen sie daher und beschränken uns auf die Angabe des Wortlautes.

Für jeden, in sich geschlossenen Theil des Leiternetzes gilt die Beziehung, dass die Summe der in ihm vorhandenen elektromotorischen Kräfte gleich der Summe der Producte aus den Widerständen der einzelnen Stücke, multiplicirt mit den in diesen Stücken herrschenden Stromstärken ist oder:

$$\Sigma e = \Sigma i w.$$

Zur Erläuterung dieser zweiten Kirchhoff'schen Regel, welche

ihrer Form nach mit dem, auf die einzelnen, in sich geschlossenen Theile des Leiternetzes angewandten Ohm'schen Gesetz übereinstimmt, möge noch folgendes dienen. Um die in sich geschlossenen Theile des Leiternetzes aufzusuchen, greift man irgend einen Punkt auf dem Netz heraus und verfolgt nun entlang den Leitern diejenigen Wege, welche wieder zu dem Ausgangspunkt zurückführen. Jeder solche Weg, der nicht etwa ein und dieselbe Strecke doppelt enthält, ist als ein in sich geschlossener Theil des Leiters anzusehen. Indem man den Ausgangspunkt verschieden wählt, kann man so alle, in sich geschlossenen Bahnen auffinden. Jede liefert nach der 2ten Kirchhoff'schen Regel eine Gleichung von der obigen Form. Für die einzelnen Stücke des Leiternetzes muss dabei je eine Richtung gewählt werden, in welcher die elektromotorischen Kräfte und Ströme positiv gerechnet werden.

Die gewöhnliche Aufgabe, bei der die Kirchhoff'schen Regeln angewandt werden, ist die, für ein bestimmtes Stromnetz die Intensitäten in den einzelnen Stücken auszurechnen, wenn die elektromotorischen Kräfte und die Widerstände sämmtlich gegeben sind. Es ist bewiesen worden, dass diese Aufgabe stets durch Benutzung der besagten Regeln gelöst werden kann.

Wir wollen eine besondere, eine der einfachsten und am meisten gebrauchten Formen des Leiternetzes zur Erläuterung des Gesagten benutzen. Es ist dies die in Fig. 42 dargestellte Anordnung, bei der dem von der Stromquelle E gelieferten Strom zwischen A und B zwei Wege ACB und ADB dargeboten werden. Die Frage, welche uns hauptsächlich bei dieser Anordnung von Leitern interessirt, ist die, wie vertheilt sich der Strom auf die beiden Stücke ACB (dessen Widerstand w_1 sein mag) und ADB (dessen Widerstand w_2 heisse). Sind die Intensitäten in den Zweigen AEB, ACB und ADB bezw. I, i_1 und i_2, so ergiebt die erste Kirchhoff'sche Regel, mag man sie auf den Verzweigungspunkt A oder B anwenden, dass

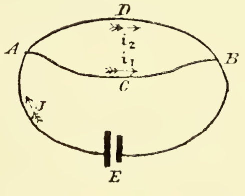


Fig. 42.

I) $$I = i_1 + i_2$$

ist. Das Verhältniss von i_1 zu i_2 berechnet sich aus der zweiten Kirchhoff'schen Regel, wenn wir diese für den in sich geschlossenen Theil $ADBCA$ anwenden. Es ist

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0,$$

da in dieser Strombahn gar keine elektromotorischen Kräfte vorhanden sind. Aus dieser Gleichung folgt

II) $$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1},$$

d. h. der Strom vertheilt sich auf die beiden Leitungen *ACB* und *ADB* so, dass sich die Stromstärken umgekehrt verhalten wie die Widerstände.

Um das Problem für den Fall der gewählten Anordnung vollständig zu lösen, d. h. alle in Betracht kommenden Stromstärken durch die Widerstände und elektromotorischen Kräfte auszudrücken, muss man noch eine weitere Gleichung benutzen. Man erhält sie, indem man die zweite Kirchhoff'sche Regel auch auf die in sich geschlossene Strombahn *ACBEA* oder auf die Strombahn *ADBEA* anwendet. In ersterem Falle erhält man, wenn W den gesammten Widerstand und E die elektromotorische Kraft auf dem Zweige *AEB* bezeichnet, die Gleichung

III) $$i_1 w_1 + IW = E.$$

Aus der Gleichung II) folgt

1) $$i_2 = \frac{w_1}{w_2} i_1,$$

setzt man diesen Werth von i_2 in I) ein, so wird

$$I = i_1 \left(1 + \frac{w_1}{w_2}\right)$$

oder

2) $$i_1 = \frac{w_2}{w_1 + w_2} I.$$

Durch Einführung des so erhaltenen Werthes für i_1 in III) ergiebt sich:

$$\left(\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} + W\right) I = E$$

oder

3) $$I = E \frac{w_1 + w_2}{w_1 w_2 + W(w_1 + w_2)}.$$

Damit ist I durch die gegebenen Widerstände und die gegebene elektromotorische Kraft bestimmt. Setzt man diesen Werth von I in 2) ein, dann wird

$$i_1 = E \frac{w_2}{w_1 + w_2} \cdot \frac{w_1 + w_2}{w_1 w_2 + W(w_1 + w_2)} = E \frac{w_2}{w_1 w_2 + W(w_1 + w_2)}.$$

Daraus ergiebt sich dann i_2 nach 1) als

$$i_2 = E \frac{w_1}{w_1 w_2 + W(w_1 + w_2)},$$

so dass nun alle drei Intensitäten I, i_1 und i_2 aus der elektromotorischen Kraft und den Widerständen bestimmt sind.

Eine Anordnung, wie wir sie eben kennen gelernt haben, ist häufig von Nutzen, wenn man z. B. mit einem sehr empfindlichen Galvanometer experimentirt und zugleich mit Strömen, welche so stark sind, dass man sie nicht wohl direct durch das Galvanometer schicken darf. Man verbindet dann die Schrauben A und B (Fig. 43), an welchen der Strom durch Zuleitungsdrähte a und b zum Galvanometer G geführt wird, durch einen Draht s, so dass nur ein Theil des Stromes durch die Galvanometerwindungen, der andere durch den Draht fliesst. Je nach der Stärke der Ströme und nach der Empfindlichkeit des Galvanometers muss das Verhältniss des Widerstandes vom Draht s zum Widerstand des Instrumentes gewählt werden. Je kleiner der Widerstand des Drahtes verhältnissmässig ist, ein um so kleinerer Theil des Stromes geht nach der obigen Ableitung durch das Galvanometer. Den Draht bezeichnet man als Nebenschluss oder mit dem englischen Ausdruck als Shunt.

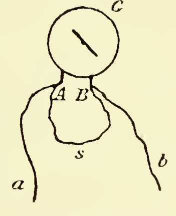


Fig. 43.

Auf eine complicirtere Anordnung des Leiternetzes werden wir bei der Behandlung der Wheatstone'schen Brücke näher eingehen. Sie unterscheidet sich von der oben (Fig. 42) betrachteten durch eine zu dieser hinzugefügte, leitende Verbindung zwischen zwei auf den Stücken ACB und ADB befindlichen Punkten.

Die elektrischen Einheiten.

Die für uns wichtigsten elektrischen Einheiten sind diejenigen für die elektromotorische Kraft (Potentialdifferenz, Spannungsdifferenz), für die Stromstärke (Intensität) und für den Widerstand. Die Grössen, welche durch diese Einheiten gemessen werden, sind miteinander durch das Ohm'sche Gesetz (vgl. p. 168) verknüpft. Wenn das Gesetz in seiner einfachsten Form gültig sein soll, nämlich: I (die Intensität) gleich E (der elektromotorischen Kraft) dividirt durch W (den Widerstand), so sind die drei Einheiten von einander abhängig. Es muss z. B. die Einheit der Stromintensität so gewählt werden, dass sie dem Strome gleich ist, welcher durch die als Einheit gewählte elektromotorische Kraft in einem Stromkreis, welcher den als Einheit gewählten Widerstand besitzt, hervorgerufen wird. Oder auch die Einheit des Widerstandes müsste

nach denjenigen der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft, oder endlich die Einheit der elektromotorischen Kraft den beiden anderen entsprechend bestimmt werden. Würden dagegen alle drei Einheiten willkürlich gewählt, so wäre in dem Ausdruck des Gesetzes noch ein Factor nöthig, welcher das Verhältniss zwischen der Einheit der Stromstärke und dem Quotienten aus der Einheit der elektromotorischen Kraft durch diejenige des Widerstandes angiebt.

Die nächstliegende Art, die Einheiten festzulegen, wäre folgende.

Als Einheit der Stromstärke liesse sich der Strom nehmen, der in einer Secunde in einem Silbervoltameter 1 mg Silber niederschlägt.

Als Einheit der elektromotorischen Kraft könnte diejenige eines bestimmten, möglichst constanten, galvanischen Elementes, z. B. eines Daniell'schen oder eines anderen Normalelementes (vgl. p. 184) gelten.

Als Einheit des Widerstandes ist noch sehr gebräuchlich, die von Siemens angegebene, nämlich der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 1 m Länge bei 0°. (Siemens Einheit, S. E.)

Wie oben erwähnt wurde, dürften indessen nur zwei dieser drei Einheiten derart festgelegt werden, die dritte ergiebt sich dann nach dem Ohm'schen Gesetz in seiner einfachsten Form aus den übrigen.

Immerhin herrscht noch bei jedem so festgestellten Maasssystem viel Willkür. Es steht daher zu erwarten, dass bald diejenigen Einheiten allein in Verwendung bleiben werden, welche auf das absolute Maasssystem gegründet sind.

Durch das absolute Maasssystem sucht man die sämmtlichen physikalischen Einheiten auf die drei Grundeinheiten für Masse, Raum (Länge) und Zeit zurückzuführen.

Da ein Verständniss der Grundsätze, nach denen dies geschieht, sehr wichtig ist, so wollen wir an einigen Beispielen das Verfahren der Ableitung erläutern.

In vielen Fällen, unter anderen bei den Einheiten für die Elektricitätsmenge, für die Menge des Magnetismus und für Stromstärken gelingt es, eine Verbindung mit den Grundeinheiten unter Benutzung der Gesetze herzustellen, welche für die abstossenden und anziehenden Kräfte zwischen Elektricitätsmengen, Mengen des Magnetismus, Stromelementen u. s. w. gelten. Die Einheit der Kraft ergiebt sich nämlich leicht aus den drei Grundeinheiten (Länge,

Masse, Zeit). Wenn also der Ausdruck des Gesetzes bekannt ist, durch welches z. B. die Kraft zwischen zwei Elektricitätsmengen sich aus diesen berechnet, und man benutzt das Gesetz, ähnlich wie oben das Ohm'sche, um die Einheit der Elektricitätsmengen derart zu wählen, dass das Gesetz seine einfachste Form frei von den sogenannten Proportionalitätsfactoren erhält, dann wird auf diese Weise die Einheit der Elektricitätsmenge durch die Vermittelung derjenigen der Kraft auf die drei Grundeinheiten zurückgeführt.

Nach dem Coulomb'schen Gesetz ergiebt sich die abstossende Kraft F zwischen zwei Elektricitätsmengen e_1 und e_2, wenn die Entfernung der Elektricitätsmengen r ist, nach der Formel

$$F = k \frac{e_1 e_2}{r^2},$$

worin k einen Proportionalitätsfactor bedeutet. Es lässt sich nun das Gesetz in seine einfachste Form bringen (wobei der Proportionalitätsfactor k ganz wegfällt), wenn man die Einheit der Elektricität so wählt, dass sie auf eine ihr gleiche Menge in der Entfernung 1 mit der Kraft 1 wirkt.

Da die Form des Gesetzes für die Abstossung zweier Mengen von Magnetismus genau dieselbe ist wie für diejenige zweier Mengen von Elektricität, so ergiebt sich ohne weiteres damit auch die am besten geeignete, magnetische Einheit als diejenige Menge von Magnetismus, welche auf die gleiche Menge in der Entfernung 1 mit der Kraft 1 wirkt.

Nachdem einmal die Einheit der Elektricitätsmenge auf die Grundeinheiten des absoluten Maasssystems zurückgeführt ist, bietet sich leicht der Weg dar, um eine Einheit der Stromstärke, durch deren Vermittelung gleichfalls aus den Grundeinheiten abzuleiten. Wir brauchen blos diejenige Stromintensität als Einheit zu wählen, bei der in der Zeit 1 die Elektricitätsmenge 1 jeden Querschnitt der Strombahn durchfliesst. Man nennt diese Stromeinheit die elektrostatische, um durch den Namen die Art ihrer Ableitung zu bezeichnen.

Mit der elektrostatischen Einheit der Stromstärke hängt ein ganzes System von elektrischen Einheiten, solchen für den Widerstand, für die elektromotorische Kraft u. s. w., zusammen. Doch hat dieses System zu dem der gebräuchlichen Einheiten weniger nahe Beziehungen als ein anderes, welches ebenfalls aus dem

absoluten Maasssystem entwickelt wurde, und welches man als das elektromagnetische bezeichnet.

Bei den obigen Ableitungen der Einheiten für die Elektricitätsmengen und Mengen von Magnetismus waren die Grundgesetze (das Coulomb'sche Gesetz) für die Kräfte zwischen Elektricitätsmengen bezw. zwischen Mengen von Magnetismus angewandt worden. Geht man dagegen von den Kraftgesetzen aus, welche zwischen zwei Strömen oder zwischen einem Strom und einem magnetischen Pole gelten, so gelingt es, andere Einheiten für die Stromstärke abzuleiten, welche man elektrodynamische oder elektromagnetische nennt, und welche glücklicherweise unter sich völlig übereinstimmen. Wird das Kraftgesetz zwischen einem Strom und einem Magnetpol benutzt, dann macht man, um die Menge Magnetismus auf die Grundeinheiten zu beziehen, von der oben angegebenen Ableitung Gebrauch.

Auf diese Weise ergiebt sich eine Einheit für die Stromstärke, deren eine (elektromagnetische) Definition lautet:

Die Einheit für die Stromstärke ist die Intensität eines solchen Stromes, von dem, wenn er in einem Kreise vom Halbmesser 1 fliesst, die Längeneinheit mit der Kraft 1 auf die im Mittelpunkt des Kreises befindliche Menge 1 von Magnetismus wirkt.

Die practisch am meisten gebräuchlichen Einheiten sind nun nicht ganz mit den theoretisch, auf Grund des absoluten Maasssystems abgeleiteten identisch, sondern stehen zu ihnen in einem Verhältniss, das durch 10 oder ein Vielfaches von 10 gegeben ist.

So ist die practische Einheit für die Stromstärke, das Ampère gleich $\frac{1}{10}$ der theoretischen Einheit.

Hier sieht man zunächst den Vortheil der practischen gegenüber den theoretischen Einheiten nicht ein. Es wird sich aber im Folgenden herausstellen, dass die practischen Einheiten viel besser mit den Grössen übereinstimmen, mit denen wir es bei unseren Experimenten und Messungen gemeinhin zu thun haben, und dass man daher letztere Grössen bequemer in ihnen ausdrücken kann wie in den theoretischen Einheiten.

Die elektromagnetische Einheit für die elektromotorische Kraft wird nicht durch Benutzung eines Gesetzes für anziehende Kräfte, sondern auf Grund des für die Induction von Strömen durch Magnete gültigen Gesetzes abgeleitet. Auf die Art der Ableitung wollen wir hier nicht näher eingehen. Die weiter oben gegebenen Proben mögen zur Erläuterung der in solchen Fällen angewandten Methoden genügen.

Die practische Einheit für die elektromotorische Kraft, das Volt ist gleich dem 10^8fachen der theoretischen Einheit.

Um die elektromagnetische Einheit für den Widerstand zu erhalten, können wir, nachdem wir die Einheiten für die Stromstärke und für die elektromotorische Kraft festgelegt haben, nicht mehr ähnlich verfahren wie bei diesen. Die Einheit für den Widerstand ist ja nach dem Ohm'schen Gesetz (vgl. oben) gleich der Einheit für die elektromotorische Kraft dividirt durch diejenige für die Intensität.

Auch die practische Einheit für den Widerstand, das Ohm, ist mit den practischen Einheiten für elektromotorische Kraft und für Intensität durch diese Beziehung verknüpft. Da nun die practische Einheit für die Intensität (1 Ampère) gleich 10^{-1}mal der entsprechenden theoretischen, die practische Einheit für das Volt gleich 10^8 mal der theoretischen ist, so ergiebt sich hieraus, dass die practische Einheit des Widerstandes (1 Ohm) gleich 10^9mal der theoretischen Einheit sein muss.

Es wäre nun aber ausserordentlich umständlich, wenn man bei elektrischen Messungen jedesmal die Grössen von 1 Ampère, 1 Volt, 1 Ohm ihrer Ableitung gemäss feststellen müsste. Das ist jedoch glücklicherweise nicht nöthig, nachdem eine Reihe der feinsten Untersuchungen ergeben hat, einerseits wieviel Silber durch 1 Ampère in der Secunde niedergeschlagen wird, und andererseits, von welcher Länge und von welchem Querschnitt eine Säule von Quecksilber gewählt werden muss, damit ihr Widerstand gleich 1 Ohm ist (oder mit anderen Worten, wieviel 1 Ohm in Siemenseinheiten ausgedrückt beträgt). Die Zahlen, die man fand, sind folgende:

1 Ampère scheidet in 1 Secunde 1,118 mg Silber aus,
1 Ohm = 1,063 Siemenseinheiten*).

Hier sei auch erwähnt, dass das Volt, welches sich hieraus ergiebt, ungefähr von der Grösse ist wie die elektromotorische Kraft der benutzten galvanischen Elemente, es ist nämlich

$$1{,}1 \text{ bis } 1{,}2 \text{ Volt} = 1 \text{ Daniell}.$$

*) Das legale Ohm ist zu 1,06 S. E. definirt, es unterscheidet sich daher etwas von dem obigen Ohm, und da das legale Ampère mit dem richtigen übereinstimmt, weichen in Folge dessen auch das legale und das wahre Volt voneinander ab. Das legale System dürfte jedoch wieder abgeändert werden.

12*

Elektrische Apparate und Vorrichtungen.

Stromquellen.

Die bei physikalischen Messungen und in der medicinischen Praxis benutzten Stromquellen können wir in die folgenden Gruppen eintheilen:

Zunächst die galvanischen Elemente und Batterien, von denen jetzt hauptsächlich noch in Gebrauch sind Chromsäureelemente, Bunsen, Daniell und Leclanché, und die Secundärelemente oder Accumulatoren. Diese letzteren bilden insofern eine Untergruppe für sich, als ihre Bestandtheile erst durch einen elektrischen Strom, den Ladungsstrom, in den richtigen Zustand der Wirksamkeit versetzt werden, doch ist, nachdem sie formirt sind, ihr Princip dasselbe, wie das der übrigen Elemente; durch eine geeignete Combination chemisch verschiedener Körper wird chemische Energie in elektrische umgesetzt.

Eine andere Art von Stromquelle sind die Thermoelemente. Sie finden besonders Verwendung zur Messung von Temperaturen.

Neuerdings kommen namentlich in grösseren Städten, welche elektrische Beleuchtung besitzen, auch die von den Dynamomaschinen gelieferten Ströme für den Mediciner sowohl wie für den Physiker in Betracht.

Schliesslich können an dieser Stelle noch die Elektrisirmaschinen erwähnt werden.

Daniell'sches Element. Ein amalgamirtes*) Zinkstück taucht in verdünnte Schwefelsäure (circa 1 Raumtheil englische Schwefelsäure auf 20 Wasser; specifisches Gewicht höchstens 1,06) ein**), die sich in einer cylindrischen Thonzelle befindet (vgl. Fig. 44 p. 186). Die

*) Amalgamiren. Das Zink wird von verdünnter Schwefelsäure auch dann angegriffen, wenn das Element nicht geschlossen ist. Amalgamirtes Zink ist in dieser Beziehung widerstandsfähiger und daher ökonomischer. Das Amalgamiren geschieht, indem man die Oberfläche des Zinks mit verdünnter Schwefelsäure putzt und Quecksilber auf das frisch gereinigte Metall reibt.

**) Man achte darauf, dass beim Mischen der Säure mit dem Wasser die erstere in einem dünnen Strahl in die letztere langsam eingegossen, und dabei das Gemisch fortwährend umgerührt wird, damit die Erhitzung nicht zu weit geht, und die Flüssigkeit nicht, wie beim Eingiessen des Wassers in die Säure, umhergeschleudert wird.

Thonzelle wird in ein Glas mit einer concentrirten Kupfervitriollösung gebracht, und ein cylinderförmig gebogenes Kupferblech in den Zwischenraum zwischen Thonzelle und Glas in die Vitriollösung gestellt. Die Schwefelsäure soll in den Thoncylinder eingefüllt werden, bevor man das Kupfervitriol an dessen äussere Wand bringt. Bei der Benutzung des Elementes löst sich der (negative) Zinkpol allmählich unter Bildung von Zinkvitriol auf, während sich an dem Kupferpol eine entsprechende Menge von Kupfer absetzt. Nach dem Gebrauch muss der Thoncylinder auf längere Zeit in Wasser gelegt werden.

Die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes beträgt etwa 1,06—1,12 Volt.

Bunsen'sches Element. Das Bunsen'sche Element*) besteht aus einem Kohlenprisma in Salpetersäure und einem amalgamirten Zinkcylinder**) in verdünnter Schwefelsäure, die ganz wie beim Daniell'schen Element durch einen porösen Thoncylinder voneinander getrennt sind. Die Schwefelsäure soll 1 Raumtheil englische Schwefelsäure auf circa 20 Theile Wasser enthalten, die Salpetersäure ein specifisches Gewicht von 1,3 bis 1,4 besitzen. Damit keine Salpetersäure bis zum Zink durchdringt, giesst man von den Flüssigkeiten erst die Schwefelsäure zu, so dass die Poren des Thoncylinders wesentlich diese enthalten, und füllt auch soviel davon ein, dass sie etwas höher steht wie die Salpetersäure. Die Zersetzung in dem Element besteht wieder vor allem in einer Auflösung des Zinks.

Der Vortheil der Bunsen'schen Kette gegenüber der Daniell'schen liegt in ihrer bedeutend grösseren elektromotorischen Kraft (etwa 1,9 Volt). Dagegen ist ihre Anwendung in Wohnräumen oder selbst Arbeitsräumen ohne besondere Abzüge wegen der Entwickelung von Untersalpetersäuredämpfen mit Uebelständen verknüpft.

Thoncylinder und Kohle sind nach dem Gebrauch auf längere Zeit in Wasser zu legen.

Chromsäure-Element. Die Chromsäure-Elemente werden namentlich zu ärztlichen, viel seltener zu physikalischen Zwecken gebraucht. Sie bestehen einfach aus Zink- und Kohlenplatten,

---

*) Wenn von dem Bunsen'schen Element kurzweg gesprochen wird, so ist immer das hier beschriebene gemeint, obwohl auch das sog. Chromsäureelement von Bunsen herrührt.

**) Vgl. über das Amalgamiren p. 180.

welche, ohne durch einen Thoncylinder oder dergleichen getrennt zu sein, in ein Glasgefäss gestellt werden, das eine Chromsäurelösung enthält. Die Lösung wird folgendermaassen bereitet: 1 Gewichtstheil Kaliumbichromat (doppeltchromsauren Kalis) wird mit 2 Gewichtstheilen Schwefelsäure und 12 Gewichtstheilen Wasser gemischt, oder auch 92 g Kaliumbichromat mit 94 cbcm englischer Schwefelsäure zu einem Brei angerieben und in 900 cbcm Wasser eingetragen. Die Zinkplatten werden durch Amalgamiren (vgl. p. 180) widerstandsfähiger gegen die Zersetzung gemacht und stets nach dem Gebrauch entweder allein oder mit den Kohlenplatten zusammen aus der Lösung entfernt. Bei den sogenannten Tauchelementen ist ein besonderer Mechanismus angebracht, um die Platten leicht in die Flüssigkeit einsenken oder aus ihr emporheben zu können.

Die elektromotorische Kraft ist ungefähr 2 Volt.

Leclanché-Element. Den Elementen von Bunsen und Daniell sowie den Chromsäure-Elementen gegenüber besitzen die Ketten von Leclanché den grossen Vorzug, dass man sie nicht nach dem Gebrauche auseinandernehmen muss. Die Bestandtheile eines Leclanché'schen Elementes sind: ein Gemisch von Kohle und Braunstein in einem Thoncylinder und ein Zinkstab, welcher neben dem Thoncylinder in dem Glasgefäss steht. Zur Füllung des Elementes wird nur eine einzige Flüssigkeit, eine concentrirte Lösung von Salmiak in Wasser benutzt.

Die elektromotorische Kraft eines solchen Elementes ist etwa 1,3 Volt. Dieselbe sinkt in Folge innerer Polarisation sofort nach dem Schlusse des Elementes um mehrere Procent, selbst wenn grössere Widerstände (über 100 Siemens) eingeschaltet sind, steigt aber wieder an, wenn das Element einige Zeit unbenutzt stehen bleibt. Daher sind die Elemente besonders in solchen Fällen geeignet, wo man ihrer nur jeweils auf kürzere Zeit mit längeren Unterbrechungen bedarf, also z. B. bei elektrischen Hausklingeln und dergleichen.

Zink ist in den erwähnten Elementen stets der negative Pol.

Bei der Zersetzung durch den elektrischen Strom, der „Elektrolyse", werden die Drähte oder Platten, an denen der Strom in den zersetzbaren Körper eintritt, als „Elektroden" bezeichnet. Die mit dem positiven Pole der Stromquelle verbundene Elektrode wird Anode, die mit dem negativen Pole verbundene Kathode genannt. Die Bestandtheile, in welche der Elektrolyt durch den (elektrischen)

Strom zerfällt, heissen Ionen. An der Anode scheidet sich das Anion, an der Kathode das Kation ab. In der Regel gehen die Metalle und der Wasserstoff der Verbindungen an den negativen Pol, die Kathode.

Accumulatoren. Die Accumulatoren unterscheiden sich von den anderen Elementen wesentlich nur dadurch, dass bei ihrer Herstellung elektrische Ströme benutzt werden, und dass sie vermittelst dieser auch wieder in Stand gesetzt werden müssen, wenn ihre Kraft unter eine bestimmte Grenze gesunken ist. Ausserdem besitzen sie eine verhältnissmässig hohe und bei nicht zu starker Anspruchnahme recht constante Kraft (mehr als 2 Volt) sowie, was für die Art ihrer Verwendung in der Galvanokaustik besonders in Betracht kommt, einen ungemein geringen Widerstand (circa 0,005 Ohm).

Zur Zeit werden in Deutschland vorwiegend Tudor-Accumulatoren benutzt. Diese bestehen, wenn sie für den Gebrauch fertig gestellt sind, aus Bleiplatten, welche in Schwefelsäure (vom specifischen Gewicht 1,16) stehen, und von denen die eine (die positive Polplatte, Anode) mit einer Schicht von Bleisuperoxyd überzogen ist. Bei der Entladung des Accumulators geht Wasserstoff an die Platte mit dem Bleisuperoxyd und reducirt letzteres zu Bleioxyd, Sauerstoff an die Bleiplatte und oxydirt diese zu Bleioxyd. An beiden Platten entsteht schliesslich durch die Mitwirkung der Schwefelsäure $PbSO_4$. Die Accumulatoren werden dann wieder dadurch geladen, dass man einen Strom durchschickt. Dabei bildet sich auf's neue an der Anode durch den sich abscheidenden Sauerstoff Bleisuperoxyd, an der Kathode durch den dort entstehenden Wasserstoff metallisches Blei, beziehungsweise nach den Gleichungen

$$PbSO_4 + O = PbO_2 + SO_3$$
$$PbSO_4 + H_2 = Pb + SO_3 + H_2O.$$

In Folge von abwechselnden Ladungen und Entladungen der Accumulatoren werden die oberflächlichen Schichten der Platten immer poröser, und dadurch wird jedes folgende Mal ein tieferes Eindringen der chemischen Umsetzungen ermöglicht. Im abwechselnden Laden und Entladen besteht auch die sogenannte „Formirung" der Accumulatoren, ein Process, dem sie einige Zeit lang unterworfen werden, ehe sie in den Handel kommen. Die Formirung wird dadurch erleichtert, dass der Fabrikant zuvor nicht einfach massive Bleiplatten verwendet, sondern solche, die horizontale Nuten besitzen, in welche Mennige eingestrichen wird. Bei der Reduction der

Mennige durch den Strom wird eine besonders poröse Art von Blei erhalten.

Auf die Wartung der Accumulatoren muss einige Sorgfalt verwendet werden. Es ist nicht vortheilhaft, sie bei der Entladung allzuweit zu erschöpfen. Wenn die elektromotorische Kraft auf circa $1\frac{3}{4}$ Volt gesunken ist, so wird am besten neu geladen. Während der Ladung steigt die Spannung bis nahezu $2\frac{1}{2}$ Volt, um nach Abstellung des Ladungsstromes auf 2 bis 2,05 Volt zu fallen. Die Ladung wird stets soweit getrieben, bis einige Zeit lang Gasentwickelung stattgefunden hat. Diese ist ein Zeichen dafür, dass der Sauerstoff das schwammige Blei nahezu vollständig umgewandelt hat, so dass er an einzelnen Stellen anfängt, sich frei auszuscheiden. Sowohl beim Laden wie beim Entladen darf der einzelne Accumulator nicht mit mehr als einem bestimmten Maasse von Stromintensität belastet werden. Es ist daher in jedem einzelnen Falle zu überlegen, wieviel Accumulatoren benutzt und in welcher Schaltung sie anzuwenden sind, welche Widerstände vorgeschaltet werden müssen, und was für Stromquellen zur Ladung geeignet sind.

Die Accumulatoren sind in der gewöhnlichen Form wegen der in ihnen enthaltenen Flüssigkeit ebensowenig für den Transport geeignet wie die meisten anderen Elemente. Einen wesentlichen Vortheil bieten für diesen Zweck diejenigen Constructionsarten, bei denen sich Asbest oder Kieselguhr oder andere feste Substanzen in der Flüssigkeit zwischen den Elektroden befinden und das Herausspritzen der Flüssigkeit beim Tragen des Elementes verhindern, ohne dass der innere Widerstand allzu erheblich vermehrt würde. Man bezeichnet so hergestellte Elemente der verschiedenen Systeme als Trockenelemente.

Normalelemente. Bei den galvanischen Messungen kommen stets die drei Grössen, elektromotorische Kraft, Widerstand und Stromstärke, in Betracht. Nach dem Ohm'schen Gesetz (vgl. p. 168) sind diese voneinander in der Weise abhängig, dass man jede von ihnen berechnen kann, wenn die beiden anderen gegeben sind. Es geht daraus hervor, wie wesentlich es für Messungszwecke ist, Mittel zu besitzen, um jede von diesen Grössen richtig auf die festgesetzte Einheit beziehen zu können. Für die Widerstandsvergleichung dienen die Normalwiderstände, für die Messung der Intensität wird in den Laboratorien das Voltameter benutzt. Die elektromotorischen Kräfte kann man unabhängig von den anderen Einheiten messen, wenn man Elemente besitzt, deren elektro-

motorische Kraft in Volt genau bestimmt worden ist, und von besonderem Werth sind solche Elemente, die nach einem bestimmten Recept zusammengestellt, stets dieselbe und genau bestimmte Spannung zeigen, sogenannte Normalelemente. Dazu gehören eine ganze Reihe von verschieden eingerichteten Normal-Daniell-Elementen, ferner das Element von Latimer Clark u. s. w. Durchgehends ist bei solchen Elementen die Benutzung von Thoncylindern vermieden, da man sich zu wenig darauf verlassen kann, mit ihnen immer dieselbe Wirkung zu erhalten.

Zu den Erfordernissen eines brauchbaren Normalelementes gehört eine möglichst geringe und recht genau bestimmte Abhängigkeit von der Zeit, von der Temperatur und von der Art der Verwendung (namentlich in Bezug auf grössere oder geringere Stromstärke). Recepte zur Darstellung der Normalelemente findet man bei Kohlrausch, Leitfad. d. prakt. Phys. 7. Aufl. p. 257, ausführlicher Ostwald, Hand- und Hilfsbuch z. Anst. physiko-chem. Messungen, p. 231 ff. Die Physikalisch-Technische Reichsanstalt in Charlottenburg übernimmt die Aichung von derartigen Elementen.

Inductorium.

Von den Apparaten zur Erzeugung von Wechselströmen sei hier das Inductorium erwähnt.

Eine bei physikalischen Messungen viel gebrauchte Form dieses Apparates ist die in Fig. 44 dargestellte.

Der Strom eines galvanischen Elementes wird vermittelst der an der rechten Seite des Instrumentes befindlichen Klemmen durch die Drahtwindungen der sogenannten primären Spirale geschickt. Dabei passirt er eine Stahlfeder und tritt durch deren umgebogene Spitze in einen kleinen cylindrischen Quecksilberbehälter ein. In der primären Rolle befindet sich ein Stab weichen Eisens, der oberhalb der Feder heraustritt und der, wenn er durch den Strom magnetisch geworden ist, ein an der Feder befestigtes Stückchen Eisen anzieht. Hierdurch wird die Spitze der Feder aus dem Quecksilber herausgehoben, der Strom unterbrochen. Das hat aber das Verschwinden des Magnetismus zur Folge, die Spitze der Feder taucht aufs Neue in das Quecksilber ein, der Strom wird wieder hergestellt, und die ganzen Vorgänge vollziehen sich in der angegebenen Reihenfolge beliebig oft ohne weiteren Anstoss von aussen. Um die primäre Rolle sind die Windungen der secundären Spule gelegt, deren Enden mit den Klemmen links am Apparat in Verbindung stehen. Bei

jedem Schluss und jeder Oeffnung des primären Stromes entsteht ein Inductionsstrom in der secundären Rolle. Die Richtung dieser Ströme wechselt also fortwährend, und darin besteht, wie wir sehen werden, ihre Bedeutung, z. B. bei der Messung des Widerstandes von Elektrolyten.

An dem in der Figur abgebildeten Instrument sind mehrere secundäre Rollen angebracht, welche nach Wahl durch die zwischen den linken Klemmen befindlichen Stöpsel ein- und ausgeschaltet werden können.

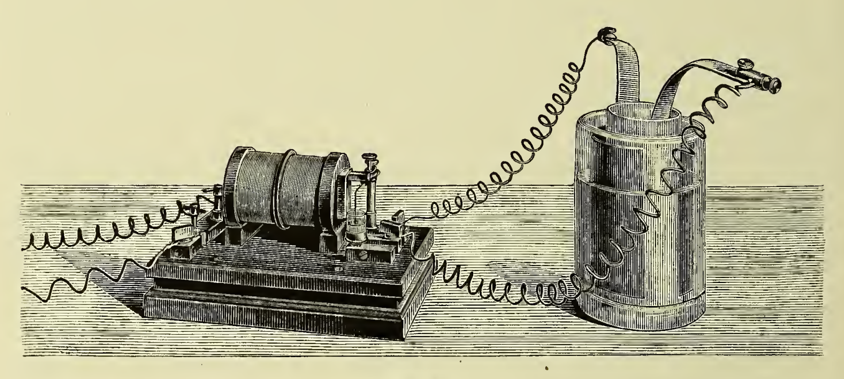


Fig. 44.

Es empfiehlt sich, auf das Quecksilber etwas Wasser zu giessen, so dass die Funken, welche beim Oeffnen des primären Stromes entstehen, sich an einer Grenze von Wasser und Quecksilber, nicht von Quecksilber und Luft, befinden.

Widerstände.

Die Widerstände, welche am meisten zu feineren, elektrischen Messungen benutzt werden, bestehen aus umsponnenen Drähten, welche spiralig auf (Holz)-Rollen aufgewickelt sind. Zur Verbesserung der Isolation wird die ganze Rolle gewöhnlich noch in geschmolzenes Paraffin getaucht, so dass sich die Zwischenräume der Drähte mit diesem Materiale füllen. Das Metall, welches zu den Drähten genommen wird, muss einer Reihe von Bedingungen genügen. Sein Widerstand muss derart sein, dass die Herstellung der gebräuchlichsten Einheiten aus ihm nicht schwierig ist. Ferner sollen die Widerstände nicht zu viel Raum einnehmen, sich mit der Zeit

möglichst wenig ändern und namentlich auch einen geringen Temperaturcoefficienten besitzen, d. h. nur wenig mit der Temperatur veränderlich sein. Letzteres ist besonders nothwendig, damit nicht bei der Benutzung der in dem Drahte fliessende Strom durch die Erwärmung, welche er hervorbringt, den Widerstand um erhebliche, aber schwer genau in Rechnung zu ziehende Beträge erhöht. Augenblicklich ist das am meisten zu Widerständen benutzte Material Nickelin (Temperaturcoefficient 0,00023). Man ist indessen bestrebt, neue Metallmischungen herzustellen, welche noch geringere Temperaturcoefficienten besitzen, und es ist gelungen, Legirungen ausfindig zu machen, welche bei den in Betracht kommenden Temperaturen einen so geringen Temperaturcoefficienten zeigen, dass dieser selbst bei den feinsten Messungen vernachlässigt werden kann. Im Allgemeinen besitzen die Metallwiderstände einen positiven Temperaturcoefficienten; der Widerstand nimmt mit der Temperatur zu. Einzelne Metallmischungen zeigen aber ein entgegengesetztes Verhalten, und bei der Herstellung der Legirungen mit möglichst kleinen Temperaturcoefficienten benutzt man neuerdings diese Thatsache, indem man Materialien von positivem mit solchem von negativem Temperaturcoefficienten mischt. Bis ein Material für Widerstände allgemein eingeführt wird, muss es übrigens die verschiedensten Proben überstanden, namentlich sich in Bezug auf die Constanz durch grössere Zeiträume als zuverlässig erwiesen haben.

Die einfache spiralige Aufwickelung zeigt einen Uebelstand, der sich bei verschiedenen Messungen bemerkbar macht, sie begünstigt nämlich Inductionsströme. Werden Ströme durch solche Widerstände geschlossen, geöffnet oder in ihrem Betrage schnell geändert, so wirken die Veränderungen des Stromes in jeder Windung auf die übrigen Windungen ein, und dadurch entstehen Complicationen, welche sich häufig bei Beobachtungen unangenehm bemerkbar machen. Der Einfluss der Induction ist beispielsweise lästig bei sogenannten Nullpunktsbeobachtungen, nämlich bei Messungen, wo Widerstände derart ausgeglichen werden, dass die Herstellung eines Contactes in einem Stromzweige keinen Ausschlag am Galvanometer oder Galvanoskop in einem anderen Stromzweige bewirkt. Befinden sich Widerstände mit Induction in der Strombahn, so treten im Allgemeinen auch nach dem richtigen Ausgleich der Widerstände kurze Stromstösse auf, welche sich durch Bewegung des Galvanometermagnetes äussern. Man kann zwar nach einigem Warten entscheiden,

ob man es mit einer dauernden Ablenkung der Magnetnadel oder der Wirkung eines Stromstosses zu thun hat, nichtsdestoweniger ist es wünschenswerth die Wirkung der Induction einzuschränken. Zu diesem Zweck wird bei dem Aufwinden der Widerstände unter anderen die sogenannte bifilare Wickelung angewandt. Der Widerstandsdraht wird in der Mitte umgebogen, die beiden Hälften dicht nebeneinander aufgewickelt. Die Strombahn besteht dadurch aus zwei gleichen, in entgegengesetzter Richtung durchflossenen Spiralen, von denen die eine die Wirkung der anderen recht genau neutralisirt. (Eine andere Art der Wickelung zur Vermeidung der Induction rührt her von Chaperon, vgl. ferner J. Cauro, Compt. rend. 120. p. 308. 1895.)

Drahtwiderstände, namentlich solche, die zu genaueren Messungen dienen, können leicht zerstört werden, wenn man zu starke Ströme hindurchschickt. Ein Strom von der Intensität i Am. bringt in einem Widerstande von w Ohm in 1 Secunde eine Wärme von $0{,}24 \,.\, w \,.\, i^2$ Gramm-Calorien hervor. Kohlrausch giebt an, dass Drähte von d mm Durchmesser sich in einer Secunde durch i Am. etwa um folgende Grade (Celsius) erwärmen würden, wenn sie keine Wärme nach aussen verlören:

Kupfer	$0{,}008\, i^2/d^4$
Eisen	$0{,}06\ \ i^2/d^4$
Gutes Neusilber	$0{,}15\ \ i^2/d^4$.

Hätte man nur diese Zahlen bei der Auswahl der Widerstände zu berücksichtigen, so würde man Kupfer unbedingt den Vorzug geben. Dem ist aber nicht so, sondern es kommen ausserdem für die Zwecke der Messung die Aenderungen des Widerstandes mit der Temperatur, also die Temperaturcoefficienten und ferner bei den Regulirwiderständen ebenso wie bei den Messwiderständen, das specifische Leitungsvermögen der verschiedenen Materialien, ihr Preis und ihre mechanischen Eigenschaften in Betracht.

Als Regulirwiderstände für starke Ströme sind Drähte von geringen Dicken, sie seien denn in grosser Anzahl nebeneinandergeschaltet, nicht tauglich, weil sie glühend werden und schliesslich sogar schmelzen. Starke Ströme erfordern dicke Drähte, bei denen auf denselben Widerstand erheblich mehr zu erwärmende Masse kommt, und welche sich daher nicht bis zu so hohen Temperaturen erhitzen wie dünne.

Wenn allerdings so viel Widerstand eingeschaltet wird, dass die Stromintensität nicht mehr gross ist, so können auch schwache

Drähte die Ströme aushalten; es handelt sich, genau genommen, in diesem Falle überhaupt nicht mehr um die Regulirung starker Ströme, sondern die Verwendung hoher, elektromotorischer Kräfte zur Erzeugung schwacher Ströme.

Gewöhnlich ist eine Reihe dicker Drähte in der Form von Spiralen zwischen isolirenden Porzellanknöpfen auf einen rechteckigen Metallrahmen aufgespannt. Mit ihren Enden stehen Metallstücke in Verbindung, über welche eine Kurbel, ähnlich wie bei den anderen Kurbelrheostaten hingleitet, so dass leicht eine beliebige Anzahl der Spiralen in die Strombahn als Widerstand eingeschaltet werden kann.

Die ganzen Rahmen werden gewöhnlich von Schutzgittern umgeben.

Beim Oeffnen starker Ströme können durch den Extrastrom Beschädigungen durch Schmelzen des Metalls u. s. w. an den Zuleitungen stattfinden. Man wendet besonders kräftig gebaute Schlüssel an, die gewöhnlichen werden leicht durch einmaligen Gebrauch ruinirt.

Vielfach benutzt man bei starken Strömen als Widerstände auch die Incandescenzlampen und zwar meistens derart, dass eine Reihe von ihnen zwischen zwei Kupferstreifen nebeneinander eingeschaltet wird. Je mehr Incandescenzlampen nebeneinander in der Strombahn liegen, um so weniger Widerstand findet der Strom, um so grösser ist seine Intensität. Damit das Licht der Lampen nicht lästig wirke, sind sie mit den Kupferstreifen, zwischen denen sie eingeschaltet werden, gewöhnlich in einem hölzernen Kasten eingeschlossen.

In der Medicin kommen Ströme von der Stärke, dass sehr dicke Drähte oder Incandescenzlampen als Widerstände angewandt werden müssten, eigentlich nur bei der Galvanokaustik und der Beleuchtung vor. Für die Galvanisation, Faradisation und Elektrolyse liegen die Stromstärken unter 0,3 Am. (300 M.A.), für Beleuchtung werden auch nicht mehr als 2 Am. gebraucht, und nur für die Galvanokaustik geht man bis zu Intensitäten von 25 Am. hinauf.

Aehnliches wie für die Regulirwiderstände gilt natürlich auch von den Zuleitungsdrähten. Bei Anwendung sehr starker Ströme (wohlverstanden wieder nicht bei der Anwendung hoher Spannungen zur Erzeugung schwacher Ströme) müssen auch die Zuleitungsdrähte recht dick sein. Daher hat man z. B. bei den Zuleitungen von den elektrischen Centralen darauf zu achten, ob die Stärke der Drähte

wie gewöhnlich nur für die Zwecke der Beleuchtung, also bis zu Intensitäten von 2 Am. geeignet ist oder höhere Belastung verträgt. Bei neuen Anlagen muss gleich von vornherein angegeben werden, bis zu welchen Stromstärken dieselben benutzt werden sollen.

Sehr zu empfehlen ist auch der Gebrauch von Sicherungen, d. h. von Widerständen aus leicht schmelzbarem Material, Blei und dergleichen, welche auf bestimmte Maximalstärken geaicht sind, bei Ueberschreiten derselben schmelzen und so den Strom, in welchen sie eingeschaltet waren, unterbrechen. Man kann sich selbst leicht aus dünnem Draht oder Stanniol derartige Sicherungen herstellen.

Widerstandskasten.

In den Widerstandskasten (Fig. 45) werden Sätze von Widerständen in der Weise vereint, dass man leicht nacheinander eine beliebige Anzahl Siemens oder Ohm einschalten kann. Nach der Art

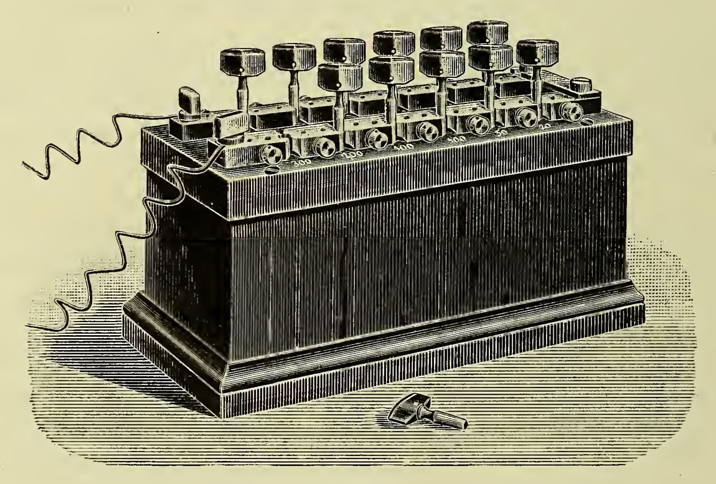


Fig. 45.

der Schaltung bezeichnet man solche Widerstandskasten auch als Stöpselrheostaten. Auf den aus Hartgummi hergestellten Deckeln der Kasten sind nämlich eine Reihe von Messingklötzen befestigt, und die Enden der in den Kasten befindlichen Widerstandsrollen sind der Reihe nach so mit diesen Klötzen verbunden, dass zwischen jedem Klotz und dem in der Reihe folgenden ein Widerstand eingeschaltet ist. Ausserdem lässt sich aber eine Verbindung zwischen

zwei aufeinanderfolgenden Klötzen dadurch herstellen, dass ein conischer, messingener Stöpsel, der zuweilen einen Griff von Ebonit trägt, zwischen die Klötze eingeschoben wird. Um einen guten Contact der Klötze mit dem Stöpsel zu sichern, besitzen die Klötze an beiden Enden Einbuchtungen von solcher Form, dass die Stöpsel gerade hineinpassen. Wird nun ein Stöpsel zwischen die Klötze eingesetzt, und durch Drehen sowie schwaches Pressen desselben ein guter Contact erzielt, so braucht ein Strom, welcher am ersten Klotz zugeleitet und am letzten abgeleitet wird, zwischen den betreffenden zwei aufeinanderfolgenden Klötzen nicht den Drahtwiderstand zu passiren, weil die Verbindung durch den dicken, metallischen Stöpsel einen fast verschwindenden Widerstand darbietet; nur ein unwesentlicher Theil des Stromes passirt die Rolle, man hat sie dadurch aus dem Stromkreis „ausgeschaltet“. Wird dagegen der Stöpsel entfernt, so ist der Strom gezwungen, ganz durch den Drahtwiderstand zu laufen, also die betreffende Rolle ist „eingeschaltet“.

Die Auswahl der in einem Widerstandskasten vereinigten Widerstände ist derart getroffen, dass mit möglichst wenigen Rollen möglichst viele verschiedene Widerstände zusammengestellt werden können. Das geschieht nach ähnlichen Grundsätzen, wie die Wahl der Stücke in einem Gewichtssatz.

Die Widerstandskasten sind mit Rücksicht auf feinere Messungen hergestellt. Ganz anders verhält es sich mit den Sätzen von metallischen Widerständen, welche den ärztlichen Apparaten beigegeben sind, und bei denen es sich nur um die Möglichkeit der geeigneten Abstufung der Widerstände ohne bedeutende Ansprüche an Genauigkeit handelt. In der Einrichtung besteht jedoch grosse Aehnlichkeit zwischen den beiden Arten, nur tritt an die Stelle der einzelnen Stöpsel zur Schaltung der Widerstände eine Kurbel, deren freies Ende über die hier im Kreise aufgestellten Messingklötze gleitet, während das befestigte Ende derselben mit der einen Zuleitung zur Strombahn verknüpft ist. Die andere Zuleitung befindet sich am ersten Klotz der Reihe, so dass also, wenn die Stellung des freien Kurbelendes den $n$ten Klotz berührt, soviel Widerstand eingeschaltet ist, wie insgesammt zwischen dem ersten und $n$ten Klotz enthalten ist. Dabei ist noch von Vortheil, dass die Kurbel so breit ist, dass sie in jeder Stellung einen der Klötze berührt, sich nie zwischen zweien befindet, weil sonst der Strom beim Uebergang von einem Widerstand zum nächstgrösseren unterbrochen wird

und so für den Patienten eine recht unerwünschte Wirkung hervorgerufen und das Einschleichen in den Strom, d. h. das allmähliche Verstärken desselben verhindert wird.

Messdrähte.

Bei vielen Messungen kommt es darauf an, Paare von Widerständen zu besitzen, deren Verhältniss bestimmt und beliebig verändert werden kann, ohne dass der absolute Betrag des einzelnen Widerstandes besonders wichtig wäre.

Unter anderen wendet man bei solchen Gelegenheiten die Messdrähte an (vgl. *AB* auf Fig. 59 p. 219). Ein einfacher Draht aus Neusilber oder Nickelin, meist von einem Meter Länge, ist möglichst gerade zwischen metallischen Klemmen auf einem Brette ausgespannt. Das Brett trägt unmittelbar unter dem Drahte eine Theilung, und auf dem Draht lässt sich ein hölzerner Schieber oder Schlitten hin und her bewegen. An diesem befindet sich eine Neusilberplatte, die mit einer stumpfen, senkrecht zur Drahtrichtung liegenden Kante auf dem Drahte gleitet. Eine messingne Klemme ist an der Neusilberplatte befestigt, so dass mit ihr ein Leitungsdraht verbunden werden kann. Auf diese Weise erhält man in den beiden Drahtstücken, welche zwischen dem metallischen Contact am Schieber und den Endklemmen liegen, zwei Widerstände, deren Verhältniss, wenn der Messdraht überall von gleicher Stärke und sonstiger Beschaffenheit ist, dem Verhältniss der Längen beider Stücke gleich sein muss und sich durch Verschiebung des Schlittens beliebig verändern lässt.

Wenn ein sehr viel längerer Messdraht wünschenswerth wird, so ist es nicht mehr bequem, ihn gerade auszuspannen. Nach Kohlrausch kann man in solchen Fällen den Draht spiralig auf eine Walze aus isolirendem Material, Serpentin oder dergleichen, aufwickeln. Die Walze, welche als Brückenwalze von Kohlrausch bezeichnet wird (der Name Brückenwalze gründet sich auf die häufige Anwendung bei der Messung mit der Wheatstone'schen Brücke, vergl. p. 217), ist um ihre Axe drehbar. Das Contactstück, welches dem Schieber an dem geraden Messdraht entspricht, wird hier aus einem kleinen metallischen Rädchen gebildet, welches durch eine Feder gegen den spiraligen Draht angepresst wird und rund um die Peripherie eine Einkerbung trägt, in welche sich der Draht legt. Die Fassung des Rädchens gleitet mit metallischem Contact auf einer Stange, die parallel der Axe der Walze befestigt ist, so

dass das Rädchen sich bei der Drehung der Walze an jede Stelle des spiraligen Drahtes verschieben lässt. Auf dem Umfang der Walze ist eine Theilung angebracht, so dass man durch Zählen der ganzen Umdrehungen und der Theile von solchen die Entfernung des Rädchencontactes von den Enden des spiraligen Drahtes messen kann.

Die gebräuchlichen Brückenwalzen besitzen ausser dem auf der Walze befindlichen Messdraht gewöhnlich noch in dem Kasten, welcher als Träger der Walze dient, einige Widerstände und die nothwendigen Verbindungen für die Messung mit der Wheatstone'schen Brücke.

Flüssigkeits- und Graphitrheostaten.

Unter den Widerständen, welche nicht zu Messungen, sondern nur zur Regulirung von Stromstärken dienen, sind neben den für stärkere Intensitäten bestimmten, p. 189 erwähnten und den Kurbelrheostaten noch die Flüssigkeits- und Graphitrheostaten zu nennen.

Bei dem grossen Widerstand, welchen der menschliche Körper dem elektrischen Strom darbietet, und der unter besonderen Bedingungen Tausende von Ohm beträgt, kann für die Regulirung eines durch den Körper gehenden Stromes auch nur ein Rheostat angewandt werden, welcher bis zu sehr hohen Widerständen reicht. Neben den oben erwähnten Kurbelrheostaten, die verhältnissmässig theuer sind, dürften zu diesem Zweck die Flüssigkeits- und Graphitrheostaten wegen ihres geringen Preises (brauchbare Flüssigkeitsrheostaten werden schon für 30 Mark verkauft) und ihrer grossen Leistungsfähigkeit wohl immer mehr Anwendung finden.

In den Flüssigkeitsrheostaten geschieht die Regulirung des Widerstandes dadurch, dass durch mechanische Vorrichtungen die in einer Flüssigkeit verlaufende Strombahn entweder in Bezug auf ihre Länge oder ihren Querschnitt oder gar beide zugleich verändert wird. Als Flüssigkeit dient in der Regel Wasser, das mit einem ganz geringen Zusatz von Schwefelsäure versehen ist. Der Behälter besteht aus Hartgummi und die darin befindlichen Elektroden sind aus Platin.

Selbst wenn ein solcher Apparat gut construirt ist, wird der Widerstand doch in der Regel nicht über einen bestimmten Betrag zu bringen sein, der Strom nicht vollständig zum Verschwinden kommen, denn unendlich lang lässt sich die Strombahn in der

Flüssigkeit nicht machen, und andererseits durch die gewöhnlichen Ventile aus fester Substanz der Querschnitt nicht auf Null reduciren. Namentlich für physiologische Untersuchungen ist es aber unter Umständen nothwendig und in der Therapie oft wünschenswerth, dass man den Widerstand soweit steigern kann, bis der Strom schliesslich ganz unterbrochen ist, und dass sich umgekehrt der Strom auch ohne Unstetigkeit von dem Werthe Null an vergrössern lässt. Das wird durch Rheostaten erreicht, welche elastische Ventile besitzen, d. h. bei welchen die Verringerung des Querschnittes bis auf den Werth Null durch die Annäherung von Theilen geschieht, von denen mindestens einer elastisch ist. Eine einfache Form derartiger Rheostaten besteht aus einer Kautschukröhre, in deren Enden die Elektroden eingeführt werden, während an einer Stelle durch Zusammenpressen des Schlauches vermittelst einer Schraube der Querschnitt der im Schlauche befindlichen Flüssigkeit beliebig verändert werden kann.

Die Graphitrheostaten haben die Einrichtung, dass Graphitplatten zwischen den Elektroden mehr oder weniger durch Schrauben aneinander gepresst werden. Dadurch wird der Contact zwischen ihnen, und in Folge dessen der eingeschaltete Widerstand variirt.

Der Unkundige ist geneigt, den Werth derjenigen Rheostaten zu unterschätzen, welche nur zur Stromregulirung dienen und die nicht wie die Drahtwiderstände genau und zuverlässig geaicht werden können. Sicher ist es nicht zu empfehlen, mit solchen Rheostaten ohne Benutzung eines Galvanometers zu arbeiten, denn es lässt sich nie mit grosser Schärfe ein bestimmter Widerstand einschalten. Wenn man aber bedenkt, dass bei Verwendung der anderen Rheostaten in der medicinischen Praxis meistens auch die Angaben des Galvanometers als maassgebend betrachtet werden, so stellt sich in dieser Hinsicht kein besonders erheblicher Vortheil der Metallrheostaten heraus.

Stromschlüssel, Wippen, Commutatoren.

Du Bois'scher Schlüssel. Damit das etwas umständliche Lösen und Anziehen der Verbindungsklemmen bei Versuchen, welche es öfters erfordern würden, vermieden wird, hat man Vorrichtungen construirt, welche die Herstellung und Unterbrechung des Contactes erleichtern. Unter diesen hat der Schlüssel von du Bois-Reymond

(Fig. 46) kurz du Bois'scher Schlüssel, sehr grosse Verbreitung gefunden. Auf einer Holzzwinge, welche sich am Versuchstisch befestigen lässt, befindet sich eine Platte von Ebonit. Diese trägt zwei Messingstücke mit Durchbohrungen und Schrauben zum Festklemmen von Drähten in denselben. An dem einen Messingstück ist drehbar eine mit Griff von isolirendem Material versehene Messingschiene angebracht, deren Ende in einer Lage auf einer glatten Fläche des zweiten Messingstückes schleift, so dass durch die

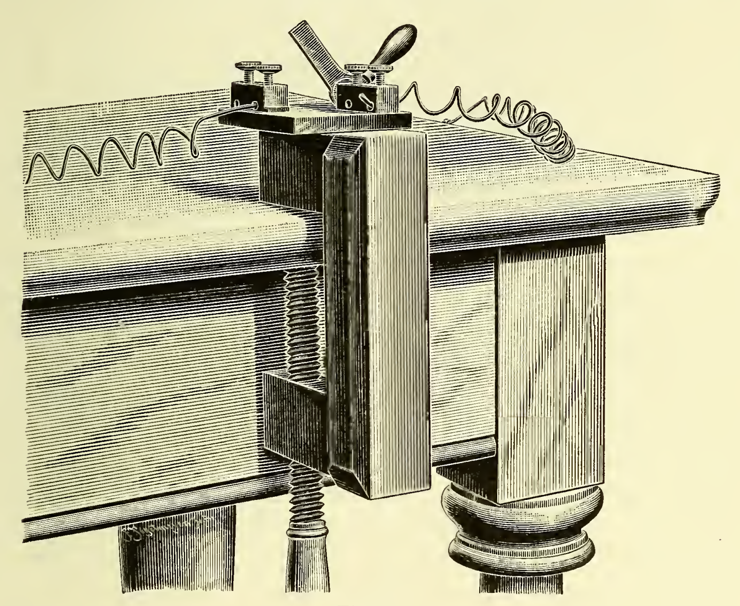


Fig. 46.

Messingschiene nach Belieben die metallische Verbindung zwischen den Messingstücken hergestellt oder unterbrochen werden kann.

Wippe. Bei elektrischen Messungen liegt oft die Aufgabe vor, in einem Stromkreis an einer Stelle abwechselnd zwei verschiedene Widerstände oder elektromotorische Kräfte einzuführen. Namentlich wenn es darauf ankommt, dass der Austausch schnell und wiederholt vorgenommen wird, ist es überaus lästig, jedesmal die Verbindungen durch die Klemmschrauben zu lösen und wieder herzustellen, und es empfiehlt sich der Gebrauch besonderer Apparate, der Wippen.

Eine der am häufigsten angewandten Formen der Wippe ist folgende:

Auf einem Holzbrettchen oder einer Ebonitscheibe*) befinden sich sechs kleine offene Gefässe oder auch nur sechs Vertiefungen für die Aufnahme von Quecksilber. Jeder dieser Quecksilberbehälter steht in metallischer Verbindung mit einer besonderen Klemmschraube. Ausserdem können noch durch die eigentliche Wippe, ein aus Metalldrähten und einer isolirenden Stange zusammengesetztes kleines Gestell, in verschiedener Weise Verbindungen der Behälter unter sich hergestellt werden. An jedem Ende der isolirenden Stange befinden sich drei Drahtarme. Von diesen taucht dauernd der mittelste (längere) am einen Ende in den Behälter, welcher mit dem positiven Pole, der mittelste am andern Ende in denjenigen, welcher mit dem negativen Pole in Verbindung steht. Die anderen Drähte sind aber kürzer als die mittelsten, so dass auf einmal nur zwei derselben, von jedem Ende der isolirenden Stange einer, in Quecksilberbehälter eintauchen können. Verbindet man dann die Klemmen des einen Paares von Behältern, in welche gleichzeitig zwei der kürzeren Drähte eintauchen können, durch eine Strombahn, die Klemmen des anderen Paares durch eine zweite Strombahn, so kann man je nach der Lage der Wippe den Strom entweder durch die erste Bahn oder die zweite schicken.

Falls man in eine Strombahn nacheinander zwei verschiedene Batterien einschalten will, so verbindet man die Pole der einen Batterie mit den Klemmschrauben, welche zu zwei gleichzeitig in die Behälter eintauchenden, kürzeren Drähten der Wippe gehören, die Pole der zweiten Batterie mit den Klemmschrauben an den anderen beiden Behältern, welche kürzere Drähte aufnehmen, und die Behälter der beiden längeren Drähte mit den beiden freien Enden der Strombahn.

Nach diesen Beispielen wird man sich leicht für andere Benutzungsweisen der Wippe zurecht finden.

Commutator. Durch eine geringe Modification an der Wippe erhält man ein anderes, viel gebrauchtes Instrument, den Commutator (Fig. 47).

Sein Zweck ist, das bequeme Umlegen der Stromrichtung in einem Stromzweige zu gestatten. Sind P und N (Fig. 48) Quecksilberbehälter einer Wippe und zwar diejenigen, in welche die mittleren

*) Die Figur (47 p. 197) stellt einen Commutator dar. Durch Entfernen der beiden kreuzweise auf dem Brette aufliegenden Schienen, welche die Behälter an den Ecken verbinden, erhält man die Wippe.

(längeren) Drähte an dem isolirenden Stabe stets eintauchen, A, B und A_1, B_1 die beiden Paare welche die Enden der kürzeren Drähte aufnehmen, dann steht bei der ersten Lage der Wippe P mit A und N mit B, bei der zweiten P mit A_1 und N mit B_1 in Verbindung. An

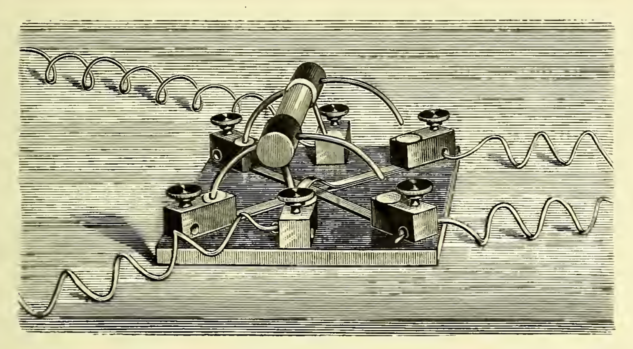


Fig. 47.

dem Commutator sind wie gesagt noch feste Verbindungen zwischen A_1 und B sowie zwischen B_1 und A angebracht (vgl. Fig. 47 u. 48). Man legt nun die Strombahn s, in welcher der Strom umgelegt werden soll, zwischen die Klemmschrauben A und B, während die Zuleitungen von der Kette (p, n) mit P und N verbunden werden. Sei P der positive Pol, N der negative, so wird bei der ersten Lage der Wippe der positive P mit A, der negative N mit B verbunden sein, die Richtung des Stromes also von A nach B gehen, bei der zweiten Lage der Wippe P mit A_1 und dieses mit B, N mit B_1 und dieses mit A zusammenhängen, der Strom also in der umgekehrten Richtung von B nach A laufen. Die in der Figur ausgezogenen Verbindungslinien PA, NB gelten für die erste Lage der Wippe, die punktirten PA_1 und NB_1 für die zweite.

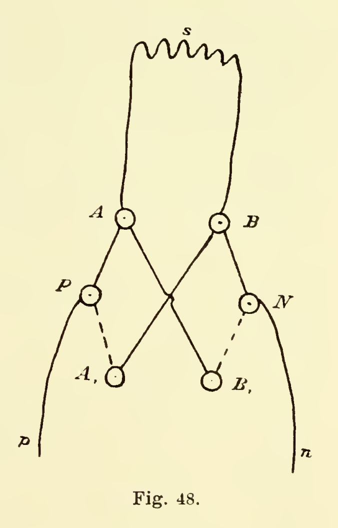


Fig. 48.

Denselben Zweck des Umlegens der Stromrichtung kann man übrigens noch durch andere Schaltungen des Commutators erreichen. Beispielsweise darf man die Strombahn, in welcher die Richtung

des Stromes gewechselt werden soll, auch an die Klemmen A, A_1 legen, während die Batteriedrähte wie früher in den Klemmen P und N befestigt werden.

Galvanoskope, Galvanometer, Tangentenbussolen.

Bei den meisten galvanischen Messungen, mag es sich um den Vergleich von Stromstärken, von Widerständen oder von elektromotorischen Kräften handeln, kann man Galvanometer oder Galvanoskope verwenden. Diese Instrumente beruhen auf der Thatsache, dass elektrische Ströme bewegliche Magnete aus derjenigen Lage, in welche sie sich in Folge des Erdmagnetismus begeben, ablenken. Um die Apparate sehr empfindlich zu machen, wird der stromleitende Draht in vielen Windungen um den Magneten herumgeführt. Liegen die Windungen alle in einer Ebene, so sucht der durch sie geleitete Strom, den Magnet senkrecht zu den Windungen zu stellen. Man bringt die Ebene der Windungen nun möglichst in die Ebene des magnetischen Meridians, dann wird der Magnet, wenn man einen Strom durch die Windungen schickt, aus dieser Ebene abgelenkt werden und in einer Lage zur Ruhe kommen, in der die von dem Strom ausgeübte Kraft der Kraft des Erdmagnetismus, welche den Magnet in den Meridian zurückzieht, gerade das Gleichgewicht hält.

Instrumente, welche nur zum Nachweise von Strömen dienen, bezeichnet man als Galvanoskope, dagegen solche, mit denen messende Vergleiche von Stromstärken vorgenommen werden, als Galvanometer. Es versteht sich, dass man ein Galvanometer stets als Galvanoskop verwenden, und umgekehrt auch ein Galvanoskop in ein Galvanometer umwandeln kann, falls man es aicht, d. h. für eine ganze Anzahl von Stromstärken die zugehörigen Ausschläge misst.

Im Allgemeinen wird zwar der Ausschlag mit der Stromstärke wachsen. Jedoch hängt es ganz von der Form und den Dimensionen sowohl der Windungen wie des Magneten, von ihrer Lage zueinander und anderen Umständen ab, ob zwischen den Stromstärken und den zugehörigen Ausschlägen ein einfaches Gesetz besteht. Anordnungen, für die ein solches gilt, sind besonders geeignet für Instrumente, welche zum directen Vergleich von Stromstärken dienen sollen. Hierher gehört z. B. die bei den Tangentenbussolen angewandte Construction.

Tangentenbussole. Bei den Tangentenbussolen (Fig. 49) verläuft der Strom in einigen wenigen, kreisförmig angeordneten Windungen, häufig sogar nur in einer einzigen. Der Durchmesser des Kreises beträgt gewöhnlich einige Decimeter; in seiner Mitte hängt ein Magnet, der im Verhältniss zum Windungs-Radius sehr kurz sein muss. Wird dann die Ebene der Windungen in den magnetischen Meridian eingestellt und ein Strom durch den Draht geschickt, so sind die trigonometrischen Tangenten der Ausschlagswinkel proportional den Stromstärken. Das Instrument kann in Folge

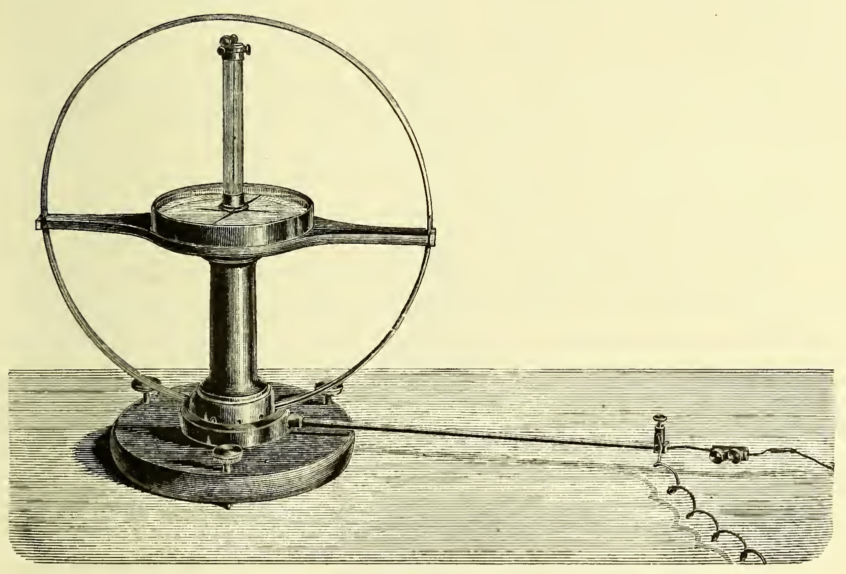


Fig. 49.

dieser einfachen Beziehung auch sehr leicht geaicht werden. Man braucht blos den Ausschlag bei einer gegebenen (etwa mit dem Voltameter bestimmten) Stromstärke zu messen und kennt dann die Stromstärke, welche jedem beliebigen Ausschlag entspricht.

Galvanometer. Zur Messung schwächerer Ströme sind Tangentenbussolen, namentlich wenn die Ausschläge des Magneten direct auf einem Theilkreise (also nicht mit Spiegel, Fernrohr und Scala) abgelesen werden, nicht geeignet, weil die wenigen, in grösserer Entfernung angebrachten Windungen keine starken Ablenkungen hervorbringen. Sobald aber, wie es bei den gebräuchlichen Galvanometern der Fall ist, viele Windungen möglichst nahe an den Magneten heran-

gebracht sind, ist das Gesetz, welches die Ausschläge mit der Stromintensität verknüpft, im Allgemeinen ein sehr complicirtes. Im Besonderen allerdings gilt für sehr kleine Ausschlagswinkel die Proportionalität zwischen Ausschlag und Stromstärke. Wenn also ein Instrument, die Einrichtung für Spiegelablesung besitzt, welche es ermöglicht, kleine Ablenkungen mit Genauigkeit zu bestimmen, so lässt es sich ohne Weiteres als Galvanometer benutzen. Will man es auch bei grösseren Auschlägen als solches verwenden, so bleibt nichts anderes übrig, als durch eine ganze Reihe von Versuchen die den verschiedensten Stromstärken entsprechenden Ausschläge zu bestimmen, also das Instrument zu aichen. Dabei findet man in der Regel für grössere Ablenkungen ganz bedeutende Abweichungen von der Proportionalität zwischen Stromstärke und Ablenkungswinkel, ein Umstand, der natürlich bei der Benutzung des Apparates zur Vergleichung von Intensitäten unbequem ist. Die für ärztliche Zwecke gebauten Galvanometer sind gewöhnlich so construirt, dass innerhalb ziemlich weiter Grenzen die Ausschläge, wenn auch nicht genau, doch angenähert proportional den Stromstärken sind.

Bei den Ablenkungen der bisher beschriebenen Galvanometer mit Einschluss der Tangentenbussole stellt sich Gleichgewicht her zwischen den Kräften, welche einerseits die stromdurchflossenen Windungen, andererseits die horizontale Intensität des Erdmagnetismus auf den beweglichen Magneten ausüben. Wird der Magnetismus des Magneten verstärkt oder geschwächt, so werden die beiden Kräfte im gleichen Verhältniss verändert, es bleibt also der Ausschlag für eine bestimmte Stromstärke ungeändert. Anders verhält es sich mit der Bedeutung der Ausschläge, wenn die Horizontalintensität eine andere wird als die, bei der das Galvanometer geaicht wurde, z. B. indem der Apparat, was oft vorkommt, an einem Ort geaicht und dann an einen Ort verschickt wird, wo die Horizontalintensität erheblich verschieden ist. Der Ausschlag, den eine bestimmte Stromstärke hervorbringt, wird um so grösser sein, je kleiner die Horizontalintensität ist, welche den Magneten in die Nulllage zurückzuführen strebt, und zwar findet man, dass die Ausschläge gerade im umgekehrten Verhältniss zu den Grössen der Horizontalintensität stehen. Wenn also ein Galvanometer, welches bei der Horizontalintensität I (z. B. 0,18 in Berlin) geaicht ist, bei einer grösseren Horizontalintensität I' (z. B. 0,24 in Palermo) benutzt wird, so zeigt es zu kleine Ausschläge, welche corrigirt werden müssen, indem man sie mit dem Quotienten I'/I multiplicirt.

In manchen Fällen werden die Galvanometer, welche für einen auswärtigen Ort bestimmt sind, vom Fabrikanten mit Berücksichtigung dieses Umstandes geaicht.

Wir müssen noch einige Worte über die feineren, für Spiegelablesung eingerichteten Galvanometer, die Spiegelgalvanometer

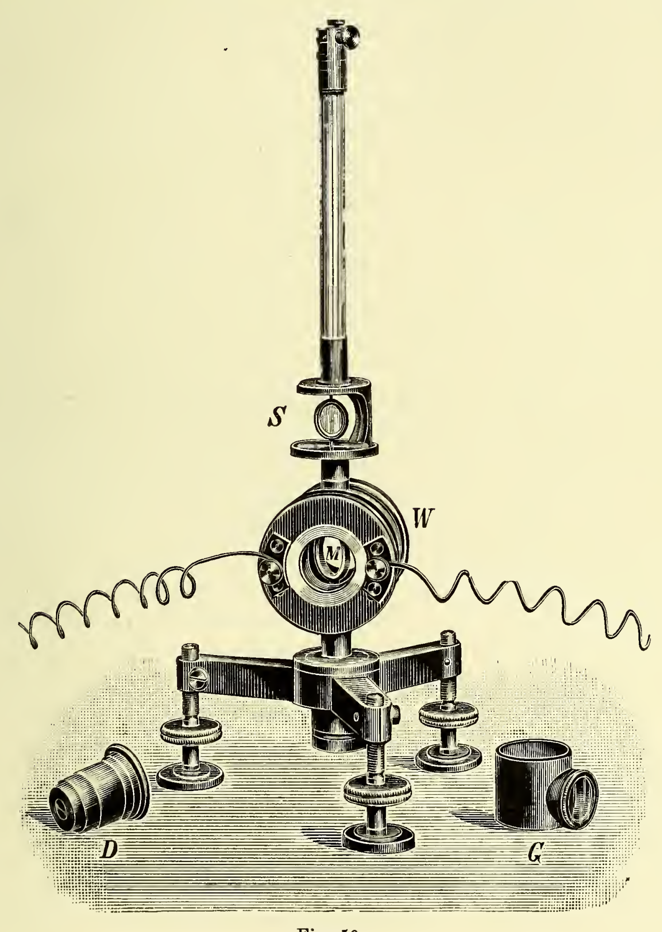


Fig. 50.

(Fig. 50), sagen. Die Magnete derselben haben zum Theil einfach die Form von Stäben oder an beiden Seiten zugespitzten Nadeln, zum Theil die Form von Ringen (wie *M*, Fig. 50). Sie müssen mit den Spiegeln (*S*, Fig. 50) fest verbunden sein und werden mit diesen an sehr feinen Coconfäden, neuerdings auch an Quarzfäden

aufgehängt. Die leichten Spiegel sind gewöhnlich aus eigens geschliffenen, planparallelen Glasplatten hergestellt, man kann aber auch aus einer grösseren Menge von dünnem Glas (Birminghamglas), wie es zu den mikroskopischen Objecten als Deckglasplättchen benutzt wird, passende Stücke aussuchen, wenn man die Mühe einer genauen Untersuchung, eventuell mit Benutzung von Interferenzlinien in homogenem Lichte nicht scheut. Das Glas wird nach einem der verschiedenen Recepte auf einer Seite versilbert, und der metallische Ueberzug zum Schutz gefirnisst, freilich können bei der letzten Operation Durchbiegungen stattfinden, welche die Qualität des Bildes beeinträchtigen. Wenn ein Spiegel um einen bestimmten Winkel gedreht wird, so drehen sich alle in ihm gesehenen Gegenstände scheinbar um den doppelten Winkel, und je weiter ein Gegenstand vom Spiegel entfernt ist, um so grösser ist die Verschiebung, welche sein Spiegelbild erfährt. Um die Ablenkung des Spiegels zu messen, beobachtet man durch ein Fernrohr das Bild einer vor dem Galvanometer, parallel der Ruhelage des Spiegels und senkrecht gegen dessen Drehungsaxe aufgestellten Scala (Fig. 51). Aus der Anzahl n von Theilstrichen, welche an der durch ein Fadenkreuz bezeichneten Axe des Fernrohres vorbeistreichen und aus der Entfernung d der Scala vom Spiegel lässt sich, wie man leicht aus Fig. 51 ableiten kann (unter der Voraussetzung, dass α klein ist, und dass in Folge dessen das Loth SL die Strecke n in der Mitte trifft), der Ablenkungswinkel α nach der Formel finden

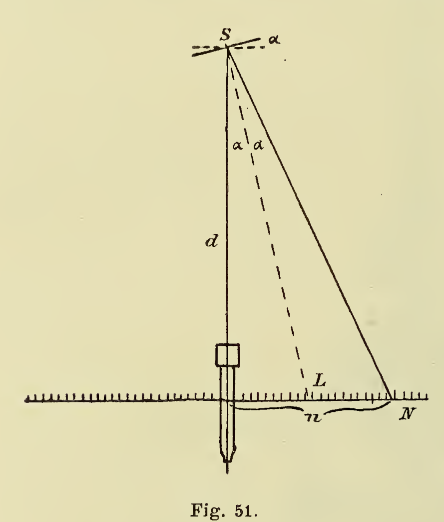


Fig. 51.

$$\tan \alpha = \frac{n}{2} : d = \frac{n}{2\,d}.$$

Es ist nothwendig die Entfernung d und die Scalentheile n in demselben Maass auszudrücken, was besonders deshalb erwähnt sei, weil die auf Holz aufgezogenen Papierscalen sich gewöhnlich um

circa 1% verkürzt haben. Man kann entweder diese Verkürzung messen und in Rechnung setzen oder auch die Entfernung d mit der Papierscala bestimmen. Die Scala pflegt direct an den Stativen der Ablesefernrohre befestigt zu sein, kann dann aber, ebenso wie das Fernrohr, auf- und abwärts verschoben werden.

Bei dem Aufsuchen des Scalenbildes geht man am besten mit einem Licht ganz in die Nähe des Spiegels und tritt nun in der Richtung normal zur Ebene des Spiegels zurück, indem man das Licht mitnimmt und das Spiegelbild des Lichtes im Auge zu behalten sucht. Man wird so leicht erkennen, an welche Stelle man das Fernrohr und die Scala zu bringen hat. Nachdem Fernrohr und Scala ungefähr in die richtige Lage gebracht sind, justirt man zunächst das Ocular so, dass man den Spiegel deutlich sieht, und richtet nun das Fernrohr, bis der Spiegel in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint. Darauf verändert man die Einstellung des Oculars, bis das Spiegelbild der Scala deutlich ist. Als Anhalt für die Justirung des Oculars kann hierbei dienen, dass man das Fernrohr auf einen Gegenstand in der doppelten Entfernung des Spiegels einstellt, weil das Bild der Scala, wenn diese sich an dem Fernrohrstativ befindet, ungefähr ebensoweit hinter dem Spiegel liegt wie das Fernrohr davor. In der Regel ist der Spiegel vor Luftströmungen durch ein Gehäuse (G, Fig. 50 stellt das vom Galvanometer abgenommene Gehäuse dar) geschützt. In dessen Wand befindet sich für die Beobachtung eine Oeffnung, welche durch eine Glasplatte verschlossen ist. Man kann leicht irrthümlicherweise auf das von der Glasplatte reflectirte, statt auf das durch Reflexion am Galvanometerspiegel entstehende Bild einstellen, doch wird man durch die Unbeweglichkeit des ersteren auf das Versehen aufmerksam.

Astasirung. Wie bereits oben erwähnt wurde, kann durch Schwächung des Magneten zwar die richtende Kraft des Erdmagnetismus auf den Magneten herabgesetzt werden; es wird indessen nicht ohne weiteres dadurch eine Erhöhung der Empfindlichkeit erzielt, weil in demselben Maasse auch die von den Windungen auf den Magneten ausgeübte Kraft verringert wird. Anders verhält es sich, wenn man durch besondere Anordnungen dafür sorgt, dass die beiden Kräfte in ganz verschiedenem Verhältniss geschwächt werden. Das gelingt z. B. indem man an dem Spiegel statt eines einzigen Magneten zwei möglichst gleich starke Magnete befestigt, von denen der eine Nord- und Südpol gerade nach den entgegengesetzten Seiten wendet wie der andere, und von denen der eine

sich zwischen den Windungen, der andere ausserhalb derselben befindet. Die Richtkraft des Erdmagnetismus auf das magnetische System wird um so geringer, je genauer die Stärke der Magnetisirung beider Nadeln übereinstimmt. Dagegen wird die Kraft, welche der Strom auf das System ausübt, nicht kleiner, sondern grösser sein, als sie es früher dem einzelnen Magneten gegenüber war, denn es liegt zwar der eine Magnet in umgekehrter Richtung wie der andere, dafür befindet sich aber der eine auch in Bezug auf die Windungen in der entgegengesetzten Lage. Mithin addiren sich die Wirkungen des Stromes auf die beiden Magnete.

Bei einer anderen Methode der Astasirung nähert man dem beweglichen Magneten des Galvanometers einen zweiten Magnetstab in solcher Lage und bis zu einem solchen Abstand, dass die Directionskraft des Erdmagnetismus fast aufgehoben wird. Eine der möglichen Anordnungen zu diesem Zwecke ist folgende. Der Hülfsmagnet wird oberhalb des beweglichen Magneten parallel zu dessen Ruhelage angebracht, und zwar mit seinen Polen in dem Sinne gewendet, dass sein Einfluss den beweglichen Magneten gerade in die entgegengesetzte Stellung führen würde, wie der Einfluss des Erdmagnetismus. Befindet sich dann der Hülfsmagnet in grösserer Entfernung, so überwiegt die Wirkung des Erdmagnetismus, wird er sehr genähert, so herrscht sein Einfluss vor, und in der Nähe der Stellung, bei der sich beide Wirkungen das Gleichgewicht halten, ist die Astasirung eine sehr gute. Eine recht wesentliche Erhöhung der Empfindlichkeit erzielt man am Galvanometer auch durch eine Vorrichtung, welche hauptsächlich zu einem anderen Zwecke angebracht wird, nämlich durch eine Schutzhülle aus weichem Eisen, die das Instrument gegen die Wirkung äusserer magnetischer Kräfte schirmen soll. Die Anwendung dieses Mittels ist geboten bei Galvanometern, die in der Nähe von elektromagnetischen Apparaten, auf Schiffen u. s. w. benutzt werden, ist aber sonst wenig gebräuchlich.

Dämpfung. Die Messung der Stromintensitäten geschieht durch Beobachtung der Ruhelage des im Galvanometer aufgehängten Magneten. Schickt man einen Strom durch die Windungen, so wird der Magnet sich jedoch nicht sofort in die neue Ruhelage einstellen, sondern zuerst über sie hinausgehen und dann einige Zeit um sie hin- und herpendeln. Man könnte zwar aus einer Reihe aufeinanderfolgender Umkehrpunkte, wie bei der Waage, auf die Ruhelage schliessen, indessen ist das Verfahren zeitraubend, und man wendet daher verschiedene Mittel zur „Dämpfung“ der Schwingungen an.

Die Vorrichtungen hierfür sind entweder rein mechanische und bestehen dann meist aus leichten Scheiben mit grosser Oberfläche, welche fest mit dem Magnet verbunden sind, und deren Bewegung durch die Reibung des umgebenden Materiales*) schnell gedämpft wird. Oder es wird eine Dämpfung durch elektromagnetische Kräfte erzielt, indem man kupferne Cylinder oder andere Körper aus demselben Materiale (*D* in Fig. 50 stellt einen aus dem Galvanometer herausgenommenen Dämpfer dar) möglichst dicht an den Magneten heranschiebt; bewegt sich dann der Magnet, so inducirt er in dem Kupfer Ströme, deren Wirkung auf den Magnet stets gegen die Bewegung desselben gerichtet ist.

Ampèremeter. Ein geaichtes Galvanometer könnte man eigentlich immer als Ampèremeter bezeichnen. Besonders die Galvanometer für medicinische Zwecke unterscheiden sich nur in unwesentlichen Punkten, speciell dadurch von den gewöhnlich Ampèremeter genannten Instrumenten, dass die letzteren für grössere Stromstärken (1 Ampère und darüber) gebaut sind, während die ersteren in der Regel blos für Bruchtheile von Ampère ausreichen.

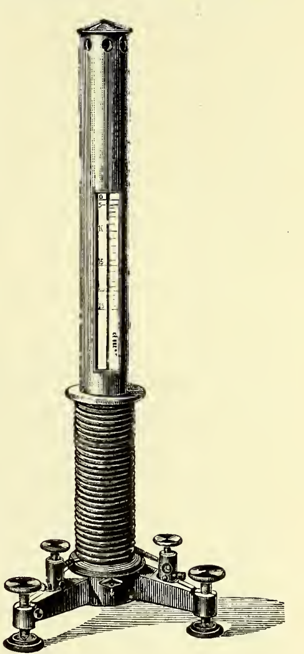


Fig. 52.

Es giebt eine grosse Menge von Constructionsarten für Ampèremeter, also von Messinstrumenten für stärkere Ströme, welchen nicht das gewöhnliche Galvanometerprincip zu Grunde liegt. Es mag hier nur das Federgalvanometer von F. Kohlrausch (Fig. 52) besonders erwähnt werden. In einer vertical aufgestellten, aus umsponnenem Kupferdraht gewickelten Spirale, durch welche der Strom geschickt werden kann, hängt an einer Spiralfeder ein Hohlcylinder aus weichem Eisen, der um so tiefer in die Spirale aus Kupferdraht hineingezogen wird, je stärker der Strom ist. Ein mit dem weichen Eisen verbundener Zeiger bewegt sich vor einer Scala, auf der die Stromstärke in Ampère abzulesen ist.

---

*) Bei den Galvanometern von Hirschmann für medicinische Zwecke ist das Innere der Instrumente mit Flüssigkeit gefüllt.

Es hängt natürlich blos von der Stärke der benutzten Feder, der Anzahl der Windungen und dergleichen ab, ob ein nach diesem Princip gebautes Instrument für geringe oder grosse Stromstärken anwendbar wird. Neben den Federgalvanometern für starke Ströme werden in der That auch solche in den Handel gebracht, die z. B. für Stromstärken von 1 bis 15 M.A. oder von 1 bis 150 M.A. u. s. w., und somit auch für den medicinischen Gebrauch bestimmt sind.

Shunt. Unter Umständen ist bei den feineren Galvanometern die Aufgabe zu lösen, die Empfindlichkeit für besondere Zwecke nicht zu steigern, sondern herabzusetzen. Zuweilen lässt sich dies indirect durch Anbringung eines Shunt (vgl. p. 175) erreichen. Ein Shunt kann auch dann von Vortheil sein, wenn man ein sehr empfindliches Galvanometer mit hohem Widerstand der Windungen besitzt, es aber für Zwecke zu benutzen wünscht, bei denen ein grosser Widerstand im Galvanometerzweig nachtheilig ist.

Torsionsgalvanometer. Statt dass man, wie es bei den gewöhnlichen Galvanometern geschieht, die Ablenkung beobachtet, welche ein Magnet unter der Wirkung von stromdurchflossenen Drahtwindungen erfährt, kann man Stromstärkemessungen auch so ausführen, dass man mittelst einer Feder die Kraft bestimmt, die nothwendig ist, um einen durch den Strom abgelenkten Magneten in diejenige Ruhelage zurückzuführen, welche er bei alleiniger Wirkung des Erdmagnetismus einnimmt. Letzteres ist das Princip, nach dem die Torsionsgalvanometer von Siemens gebaut sind.

Da der Erdmagnetismus, nachdem er den Magnet in den magnetischen Meridian gedreht hat, keine drehenden Kräfte mehr auf ihn ausübt, so handelt es sich bei diesem Instrument nicht mehr um ein Gleichgewicht zwischen Kräften, die eine Componente des Erdmagnetismus einerseits, der Strom andererseits auf den beweglichen Magneten ausüben, sondern um einen Ausgleich zwischen der letzteren und der Kraft der Feder. Während also bei den anderen Galvanometern gewöhnlich das magnetische Moment der Nadel nicht in Betracht kommt, ist dieses bei dem Torsionsgalvanometer von grosser Wichtigkeit. Umgekehrt fällt hier der Einfluss des Erdmagnetismus weg, der bei den gewöhnlichen Galvanometern eine grosse Rolle spielt. Der Magnet in den Siemens'schen Torsionsgalvanometern (Fig. 53) ist ein sogenannter Glockenmagnet *M.* Seine Form ist die einer sehr langen Glocke oder eher noch eines oben durch eine Kuppel geschlossenen Rohres, welches durch einen Schlitz, der vom unteren beinahe bis ans obere Ende reicht, gespalten ist.

Das Stück wird dann so magnetisirt, dass sich die Pole an den unteren Enden der beiden, oben zusammenhängenden Theile befinden. Das Gewicht des Magneten wird durch einen Faden getragen. Um den Faden schlingt sich, ohne ihn zu berühren, eine Spiralfeder, die mit dem unteren Ende am Magneten, mit dem oberen durch Vermittelung eines Stabes *A* an einem drehbaren Zeiger befestigt ist. Dieser Zeiger ist in der Figur nicht sichtbar, er wird durch den Kopf *G*

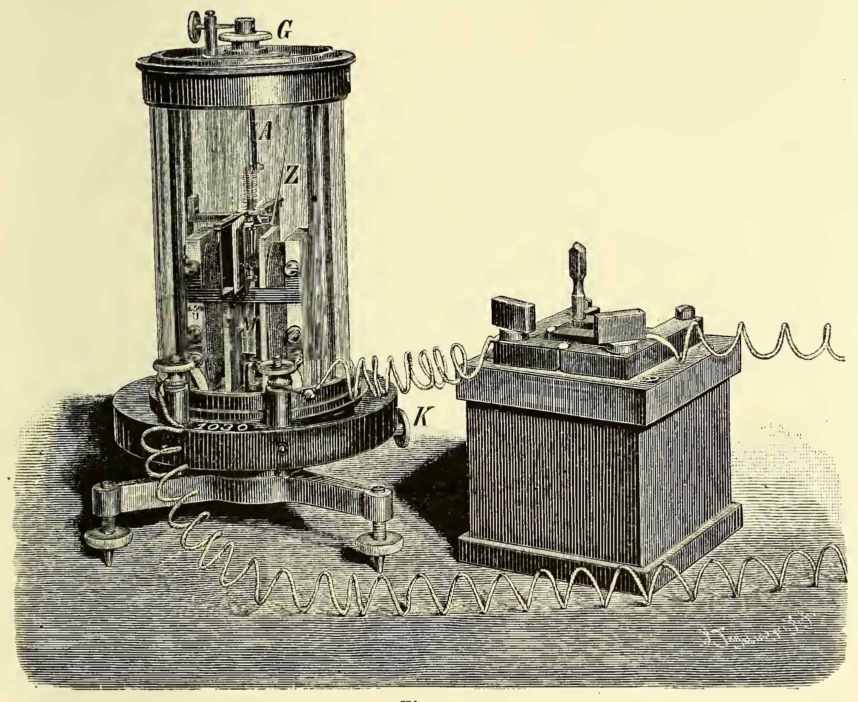


Fig. 53.

herumgedreht. Mit dem Magneten selbst ist ein zweiter Zeiger *Z* verbunden, welcher auf derselben Scala einspielt, wie der erste. Nachdem man die Fussschrauben des Instrumentes richtig gestellt hat, nämlich so, dass eine unten am Magneten befindliche Spitze genau über einer dazu bestimmten Marke einspielt, bringt man den an der Feder durch *A* befestigten Zeiger auf den Nullpunkt der Scala, und dreht den ganzen, auf dem Fussgestell ruhenden Theil des Apparates um einen Zapfen, welcher sich am Fussgestell befindet, herum, bis auch der am Magneten sitzende Zeiger *Z* nahezu auf

dem Nullpunkt steht. In dieser Lage wird der gedrehte Theil des Apparates durch eine Klemmschraube K befestigt und eine Reihe von Ablesungen der Stellung des Federzeigers gemacht, wenn der Magnetzeiger Z jedesmal durch Drehung des ersteren auf den Nullpunkt gestellt wird. Zum Schlusse schickt man den zu messenden Strom durch den Apparat, der Magnet wird abgelenkt und durch Torsion der Feder wieder in die Lage gebracht, dass sein Zeiger auf dem Nullpunkt steht. Der Betrag der Torsion ergiebt sich aus dem Unterschied der jetzigen und der früheren Einstellung des Federzeigers.

Die gewöhnliche Benutzung des Torsionsgalvanometers ist nun diejenige als Voltmeter (nicht mit „Voltameter“ zu verwechseln!), d. h. das Instrument wird vorzugsweise zur Messung von elektromotorischen Kräften verwandt. Bei der Einrichtung ist aber dafür gesorgt, dass man auch direct bequem Stromstärken bestimmen kann. Man hat diesen Vortheil dadurch erzielt, dass der Widerstand der Windungen im ganzen gerade 100 Ohm beträgt. Wird das Galvanometer daher mit einer Stromquelle verbunden, deren elektromotorische Kraft e Volt ist und deren Widerstand gegen 100 Ohm verschwindet, so wird die Stellung des Federzeigers, welcher $\frac{e}{100}$ Ampère angiebt, zugleich e Volt bedeuten. Die einzelnen Theilstriche dieser Instrumente bezeichnen Hundertstel Volt, also zugleich Zehntausendstel Ampère, und die Scala umfasst 180 Theilstriche, reicht folglich bis 1.8 Volt und bis 18 M.A. Doch kann man mit Hülfe eines eigens construirten Widerstandskastens, der in den Stromkreis eingeschaltet wird, viel grössere elektromotorische Kräfte, wenn auch nicht stärkere Stromintensitäten messen. Der vorgeschaltete Widerstandskasten (vgl. Fig. 53) ist so eingerichtet, dass man durch einfache Stöpselung nach Belieben noch 900 und 9900 Ohm zu dem Widerstand der Windungen (100 Ohm) hinzufügen kann. Für eine dritte Stellung des Stöpsels ist in dem Kasten gar kein Widerstand eingeschaltet. In den beiden anderen Fällen beträgt der Gesammtwiderstand im Kasten und im Instrument beziehungsweise 1000 und 10000 Ohm. Um aber in 1000 oder in 10000 Ohm den Strom hervorzurufen, der den Zeiger auf den Theilstrich 1 bringt, braucht man eine 10fach bezw. 100fach grössere elektromotorische Kraft wie früher, d. h. es bedeutet 1 Theilstrich, der ursprünglich $\frac{1}{100}$ Volt anzeigte, jetzt bezw. $\frac{1}{10}$ oder 1 Volt.

Galvanometer von Rosenthal. Zu den gewöhnlich als Spiegel-

Galvanometer benutzten Instrumenten, denen eine grosse Empfindlichkeit gegeben werden kann, gehört dasjenige von Rosenthal. Der Magnet ist S-förmig gekrümmt und wird an der Mitte so aufgehängt, dass das S in einer horizontalen Ebene liegt. Vor jedem Ende des Magneten befindet sich eine Drahtrolle. Fliesst der Strom durch die Rollen, dann werden die Enden des Magneten in dieselben hineingezogen und der Magnet sowie der mit ihm fest verbundene Spiegel gedreht.

Differential-Galvanometer. Für eine besondere Art von Messungen werden die Differentialgalvanometer benutzt, Instrumente, welche auch stets durch eine leicht vorzunehmende Schaltung für die Zwecke der gewöhnlichen Galvanometer gebraucht werden können. Die Eigenart der Differentialgalvanometer besteht darin, dass die Drahtwindungen in zwei Theile zerfallen, welche in Bezug auf den Magneten entweder möglichst übereinstimmend oder möglichst symmetrisch liegen, so dass, wenn man gleichstarke — im ersten Fall entgegengesetzt gerichtete, im zweiten Falle gleich gerichtete — Ströme durch die beiden Theile schickt, die Wirkungen auf den Magneten sich aufheben und dessen Ruhelage unverändert bleibt.

Um zwei Systeme von Windungen zu erhalten, die möglichst genau der Lage nach übereinstimmen, wickelt man statt eines Drahtes zwei solche, dicht nebeneinandergelegt, auf eine Rolle auf.

Es giebt Differentialgalvanometer mit Spiegelablesung und auch solche mit gewöhnlichen Zeigern. An den Wiedemann'schen Bussolen, Apparaten der ersteren Art, ist auch dafür gesorgt, dass die beiden auf entgegengesetzten Seiten des Magneten liegenden Windungssysteme innerhalb weiter Grenzen verschoben werden können. Rückt man beide nahe an den Magneten heran, so wird die Empfindlichkeit vergrössert.

Die beiden gleichen oder symmetrisch liegenden Windungstheile besitzen an den Enden des Drahtes Klemmschrauben, und man kann nach geeigneter Verbindung von zweien derselben durch Leitungsdraht einen Strom auch so durch beide Theile schicken, dass sich ihre Wirkung nicht aufhebt, sondern verstärkt.

Voltameter. Wenn ein Strom durch einen Elektrolyten fliesst, so ist die Menge der zersetzten, an den Elektroden abgeschiedenen Substanz proportional der Stromstärke. Werden verschiedene Elektrolyte in denselben Strom geschaltet, so sind die Zersetzungsprodukte einander chemisch äquivalent (Faraday'sches Gesetz).

Die Quantitäten von Substanz, welche durch einen Strom von der Intensität 1 Am. in der Zeiteinheit (1 Secunde oder 1 Minute) abgeschieden werden, sind mit grosser Genauigkeit bestimmt. Man bezeichnet sie als die elektrochemischen Aequivalente. Ein Strom von 1 Am. giebt

	Silber:	Kupfer:	Knallgas:
in 1 Sec.	1,118 mg	0,3284 mg	0,174 cbcm bei 0^0 u. 760 mm Druck,
in 1 Min.	67,1 „	19,70 „	10,44 „ „ 0^0 „ 760 „ „

Ein Strom, welcher in der Zeit τ die Menge m von einer Substanz abscheidet, deren elektrochemisches Aequivalent gleich A ist, hat die Intensität

$$i = \frac{1}{A} \frac{m}{\tau}.$$

Hierauf ist die Messung von Stromstärken mit den Voltametern gegründet. Diese Bestimmungen, namentlich mittelst der Silbervoltameter, gehören zu den zuverlässigsten Intensitätsmessungen, welche man jetzt kennt.

Bei schwächeren Strömen (von Bruchtheilen eines Ampère) wird meist das Silbervoltameter benutzt, bei stärkeren das Kupfervoltameter.

Das Silbervoltameter (Fig. 54) besteht gewöhnlich aus einem Platintiegel, an dessen Wandungen das Metall sich niederschlagen soll. In den Tiegel wird eine Lösung von salpetersaurem Silber- (von 15 bis 30 Procent Gehalt, specifisches Gewicht 1,15—1,35) gebracht, in welche die Anode, ein Stab aus reinem Silber eintaucht. Der Tiegel selbst bildet die Kathode, er steht auf einer metallischen Unterlage und wird durch Federn, welche an dieser befestigt sind, seitlich gestützt. Die Federn und die Unterlage müssen mit dem Tiegel in gutem, metallischem Contact stehen, damit der Strom durch sie dem Tiegel zugeleitet werden kann. Es dürfen keine von der Anode bei deren Auflösung abbröckelnde Silbertheile auf den Boden des Platintiegels fallen, deshalb wird entweder die Anode mit Leinwand oder Filtrirpapier umwickelt, oder unter sie ein kleines Glasgefäss zur Aufnahme der herunterfallenden Theile gehängt. Nachdem der zu messende Strom eine bestimmte Zeit (etwa 15—45 Minuten) lang das Voltameter durchflossen hat, wird die Lösung abgegossen. Ihre Concentration ist constant geblieben, weil sich von der Anode ebensoviel auflöst, wie sich auf der Kathode niederschlägt. Der Tiegel wird mit heissem Wasser so lange ausgewaschen, bis in dem

letzten Abguss kein (weisser) Niederschlag von Chlorsilber durch Salzsäure entsteht, durch Erwärmen getrocknet und abermals gewogen. Aus der Menge des im Tiegel niedergeschlagenen Silbers

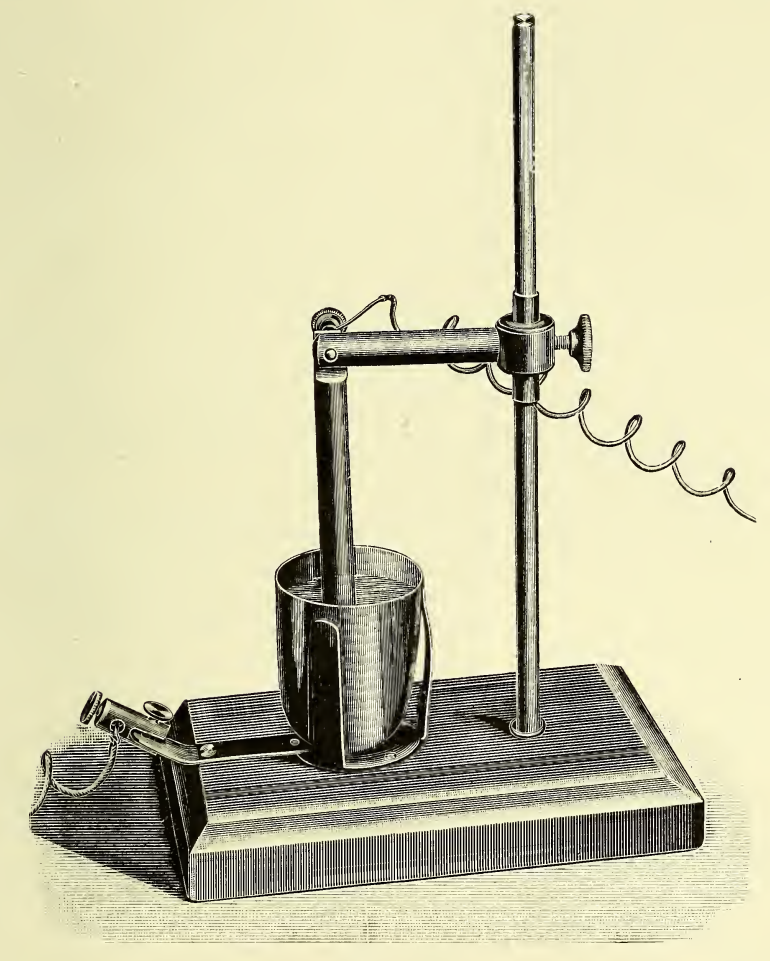


Fig. 54.

und der Zeit, in der es sich abgesetzt hat, kann die mittlere Stromstärke nach der oben gegebenen Formel bestimmt werden.

In den vielen Fällen, wo es auf die schnelle Messung von Stromstärken ankommt, ist das Silbervoltameter natürlich nicht direct zu gebrauchen, man wendet es aber auch dann meistens indirect an,

indem man damit die Instrumente, deren Angaben man benutzen will, aicht.

Dieselbe Bemerkung gilt auch für das Kupfervoltameter. Ein solches besteht aus zwei plattenförmigen Elektroden aus reinem Kupfer, welche in ein mit concentrirter Kupfervitriollösung gefülltes Glas- oder Thongefäss eingehängt werden. Die Kupferplatten werden zuerst mit Schmirgelpapier geputzt und einzeln gewogen. Dabei bezeichne man die Platten, um spätere Verwechslung zu verhüten. Dann lässt man den Strom eine genau gemessene Zeit lang (etwa 15—45 Minuten) durch das Voltameter fliessen, wäscht die Platten gründlich ab, trocknet sie durch vorsichtiges Erwärmen und wägt sie wieder einzeln. Bei der Ausrechnung der Stromstärke wird die Gewichtszunahme der Kathode als maassgebend betrachtet. Der Gewichtsverlust der Anode weicht von dem theoretisch richtigen Werth in Folge von Nebenprocessen meist ab. Bei sehr genauen Bestimmungen muss auch die Auflösung der Kathode, welche in saurer Kupfervitriollösung vorkommt, berücksichtigt werden.

Die Kathode darf nicht zu klein sein, für jedes Ampère soll sie mindestens 25 qcm betragen.

Ein Kupfervoltameter lässt sich so leicht zusammenstellen, dass es eigentlich ein Luxus ist, sich ein solches fertig zu kaufen.*) Man geht bei der Construction von der Auswahl eines geeigneten Gefässes aus. Dazu nimmt man ein kastenförmiges, oben offenes Thon- oder Glasgefäss, welches eine grosse und eine kleine Seite besitzt. Die Grösse soll so berechnet sein, dass eine an die innere Breitseite gelegte Elektrode für die anzuwendenden Stromstärken ausreicht.

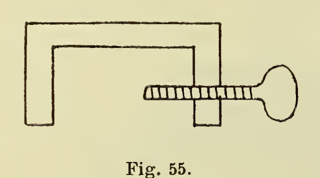


Fig. 55.

Man lässt sich dann dementsprechend zwei grosse Kupferbleche schneiden und befestigt sie an den Wandungen durch ein paar metallene Schraubenzwingen (vgl. Fig. 55), wobei man nur darauf zu achten hat, dass man nicht durch zu starkes Anziehen der Schraube das Gefäss zerbricht. An die Elektroden setzt man Klemmschrauben zur Verbindung mit den Leitungsdrähten.

Dynamometer. Sowohl bei den grossen elektrischen Anlagen,

*) Ein Kupfervoltameter für 25 Amp. ausreichend verkauft Keiser und Schmidt, Johannisstr. 20, für 55 *M.* Man kann sich mit viel geringeren Kosten selbst einen vollständig ausreichenden Apparat zusammenstellen. Als Gefäss lässt sich recht gut ein Accumulatorenglas verwenden.

welche der Beleuchtung dienen, wie bei Apparaten für physikalische Forschung und medicinische Anwendung, beispielsweise Inductorien, hat man es nicht immer mit Gleichströmen, d. h. mit solchen zu thun, welche dauernd in einer Richtung fliessen, sondern auch gelegentlich mit Wechselströmen, die ihre Richtung oft mit grosser Schnelligkeit ändern. Zur Messung von Wechselströmen sind die Instrumente, welche permanente Magnete enthalten, nicht geeignet, weil die im entgegengesetzten Sinne fliessenden Ströme dem Magneten verschieden gerichtete Impulse ertheilen, und da der Magnet zur Bewegung Zeit braucht, kann es bei schnellem Wechsel der Stromrichtung geschehen, dass er gar keine Ablenkung erfährt. Als Ersatz für die Galvanometer dienen bei der Messung von Wechselströmen die Elektrodynamometer oder kurz Dynamometer.

An die Stelle des Magneten tritt bei den Dynamometern entweder eine bewegliche Drahtrolle, wobei die zu messenden Ströme gleichzeitig durch diese und die feste Rolle geschickt werden, oder einfacher ein Stäbchen von weichem Eisen. In letzterem Falle magnetisirt der durch die feste Rolle fliessende Strom das weiche Eisen und übt dann auf den so entstandenen Magneten eine ablenkende Wirkung aus. Aendert sich die Richtung des Stromes, so kehrt sich zugleich der Sinn der Magnetisirung um, und die ablenkende Kraft wirkt genau in demselben Sinne wie vorher. Der Eisenstab darf bei Beginn des Versuchs weder parallel den Windungen stehen, sonst wird er nicht magnetisirt, noch senkrecht zu ihnen, sonst wird er nicht abgelenkt. Die günstigste Lage ist die, in der das Stäbchen mit den Windungen einen Winkel von 45° einschliesst. Als Kraft, mit der sich durch die Ablenkung die Kraft des Stromes vergleicht, ist hier nicht, wie bei den gewöhnlichen Galvanometern, diejenige des Erdmagnetismus zu verwenden, denn das weiche Eisen wechselt fortwährend den Sinn seiner Magnetisirung. Es muss daher an dem weichen Eisen eine mechanische Richtkraft angebracht werden, und das geschieht z. B., indem man das Stäbchen bifilar aufhängt.

Bei dieser Art der Aufhängung wird das weiche Eisen von zwei parallelen und einander sehr nahen Fäden getragen. Während die Fäden parallel hängen, befindet sich der daran befestigte Körper in seiner tiefsten Lage, der natürlichen Ruhelage. Wird er aus dieser abgelenkt, so ist dazu Kraft erforderlich, denn der Körper muss dabei gehoben und die Fäden tordirt werden. Aus der Grösse der Ablenkung berechnet sich die wirkende Kraft.

Elektrische Messungen.

Bestimmung von Widerständen.

Substitutionsmethode.

Principiell die einfachste Methode zur Widerstandsbestimmung ist die Substitutionsmethode. Sie besteht darin, dass man zuerst den unbekannten Widerstand zugleich mit einem Galvanometer oder Galvanoskop in einen Stromkreis einschaltet und den Ausschlag des Magneten an dem betreffenden Instrument beobachtet, dann den Widerstand durch einen Rheostaten ersetzt und so viele Einheiten (Siemens oder Ohm) einfügt, bis der Ausschlag wieder der gleiche ist wie zuvor. Der zu bestimmende Widerstand ist, wenn die elektromotorische Kraft der Kette nicht abgenommen hat, gleich dem in dem Rheostaten eingeschalteten Widerstande, denn der gleiche Ausschlag des Galvanometers oder Galvanoskopes kann nur durch die gleiche Stromstärke hervorgerufen werden, und bei gleicher Stromstärke und gleicher elektromotorischer Kraft muss (nach dem Ohm'schen Gesetz) auch der Widerstand derselbe sein. Bei Anwendung solcher Elemente, welche ihre Kraft bei der Benutzung schnell verändern, wie beispielsweise der Leclanché-Elemente, müssen wiederholt, abwechselnd die Ausschläge mit dem zu bestimmenden und dem Rheostatenwiderstand beobachtet werden.

Zum schnellen Auswechseln der Widerstände dient die Wippe (vgl. p. 195).

Bei genügend empfindlichem Galvanoskop oder Galvanometer wird der Ausschlag für jede Siemenseinheit um soviel wachsen, dass man noch durch Interpolation (vgl. p. 26—28) den Widerstand bis auf Bruchtheile von Einheiten bestimmen kann. Ist z. B. der Ausschlag, wenn der zu bestimmende Widerstand eingeschaltet ist, gleich $42{,}5^0$; bei der Substitution des Rheostaten für den Widerstand gleich $43{,}3^0$ für 23 S. E. und gleich $42{,}1^0$ für 24 S. E., so ist der gesuchte Widerstand $= 23 + \frac{42{,}5 - 43{,}3}{42{,}1 - 43{,}3} = 23 + \frac{43{,}3 - 42{,}5}{43{,}3 - 42{,}1}$ $= 23 + \frac{0{,}8}{1{,}2} = 23{,}67$ S. E.

Ausschläge von 90^0 oder auch nur in der Nähe dieses Werthes sind deshalb nicht brauchbar, weil eine grössere Ablenkung als 90^0, wobei der Magnet senkrecht zu den Drahtwindungen steht, über-

haupt nicht erreicht werden kann, und bei stärkerer Stromintensität der Winkel einfach gleich 90° bleibt. Es sind daher so grosse Ausschläge nicht geeignet, um eine Veränderung der Stromstärke sichtbar zu machen. In derartigen Fällen muss entweder eine geringere elektromotorische Kraft gewählt werden, oder man bringt auch wohl den Ausschlag durch einen neben das Galvanoskop gelegten, kleinen Magneten auf brauchbare Werthe zurück. Bei dem letzteren Verfahren muss man allerdings darauf achten, dass der Magnet nicht selbst zu kräftig auf die Nadel wirkt, sonst bleibt das Galvanoskop nicht empfindlich genug für kleine Stromänderungen, und dass ferner der Magnet während der ganzen Beobachtung an derselben Stelle liegen bleibt.

Widerstandsmessung mit dem Differentialgalvanometer.

Das Differentialgalvanometer (vgl. p. 209) soll die Eigenschaft haben, dass die beiden Gruppen, in welche die gesammten Windungen zerfallen, unter sich den gleichen Widerstand besitzen, und dass die Wirkung der beiden Gruppen, wenn sie vom selben Strom durchflossen werden, einander gerade aufheben. Wenn diese Bedingungen genau erfüllt sind, so wird eine Widerstandsbestimmung vermittelst des Differentialgalvanometers folgendermaassen vorgenommen. Man verzweigt einen Stromkreis, so dass ein Theil desselben durch die eine Hälfte der Windungen und den unbekannten Widerstand, der zweite durch die andere Hälfte der Windungen und einen Rheostaten fliesst. Dann schaltet man soviel Widerstand in dem Rheostaten ein, dass der Magnet nicht abgelenkt wird. Dadurch erhält man den Werth des gesuchten Widerstandes; denn wenn kein Ausschlag stattfindet, so heisst das, die Intensität des Stromes ist in beiden Gruppen von Windungen dieselbe, und da dieselbe Stromquelle benutzt wird, so müssen auch die in beiden Zweigen eingeschalteten Widerstände gleich sein. Diese bestehen je aus dem Widerstand eines Theiles der Windungen und dem unbekannten Widerstand bezw. dem Rheostatenwiderstand. Die ersteren sind unter sich gleich, folglich auch die letzteren. Liegt der Widerstand, welcher zu diesem Zwecke im Rheostaten verwendet werden müsste, zwischen der Anzahl a und $a + 1$ von Einheiten derart, dass bei Einschaltung von a die Galvanometernadel ihren kleinsten Ausschlag (es sei α) nach der einen Seite, bei Einschaltung von $a + 1$ Einheiten den kleinsten Ausschlag β nach der

entgegengesetzten Seite zeigt, und sind sowohl α wie β nicht gross, so berechnet sich der gesuchte Widerstand ähnlich wie bei dem Messungsverfahren mit dem gewöhnlichen Galvanometer (vgl. p. 221) zu

$$a + \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \text{ Einheiten.}$$

Im Falle, dass von den oben erwähnten Bedingungen bezüglich des Widerstandes und der Wirkung von den Galvanometerwindungen die eine oder alle beide nur angenähert erfüllt sind, macht man eine zweite Bestimmung, bei der die Stellungen des unbekannten Widerstandes und des Rheostaten vertauscht sind, und nimmt das Mittel aus den beiden erhaltenen Werthen.

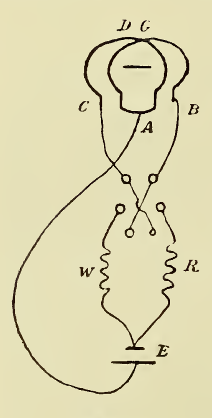


Fig. 56.

Um die Vertauschung leicht vornehmen zu können, verwendet man einen Commutator (vgl. p. 196). Die Anordnung hierbei wird schematisch durch die nebenstehende Figur (Fig. 56) erläutert.

Von einem Pol des Elementes E geht eine Leitung nach A, von dort aus tritt eine Verzweigung des Stromes ein, der eine Zweig geht durch den einen Theil der Windungen AB des Differentialgalvanometers DG, dann, je nach der Stellung der beweglichen Vorrichtung am Commutator, entweder durch den unbekannten Widerstand w oder durch den Rheostaten R zum anderen Pol des Elementes zurück, während der zweite Zweig von A durch den anderen Theil AC der Windungen und bezw. durch den Rheostaten oder den unbekannten Widerstand nach dem zweiten Pol des Elementes zurückführt.

Vergleichung grösserer Widerstände.

Widerstände, welche so gross sind, dass man gegen sie den Widerstand des Galvanometers und denjenigen bestimmter galvanischer Elemente vernachlässigen kann, lassen sich sehr einfach folgendermaassen miteinander vergleichen. Man nimmt eines von den Elementen, dessen Widerstand verhältnissmässig sehr klein ist schliesst dasselbe durch das Galvanometer und einmal den ersten, dann den anderen Widerstand. Sind die beiden Ausschläge klein, so geben sie das Verhältniss der Stromintensitäten, und dieses ist, da die elektromotorische Kraft in beiden Fällen dieselbe war, gleich

dem umgekehrten Verhältniss der Gesammtwiderstände, d. h. gleich dem umgekehrten Verhältniss der zu vergleichenden Widerstände, wenn, wie wir annahmen, diesen gegenüber der Widerstand von Galvanometer und Element nicht in Betracht kommt. Ist also der Ausschlag der Galvanometernadel α_1, wenn der Widerstand w_1, und α_2, wenn der Widerstand w_2 eingeschaltet ist, so wird

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Wheatstone'sche Brücke.

Eine der gebräuchlichsten Methoden zur Messung von Widerständen ist diejenige vermittelst der Wheatstone'schen Brücke.

Die Bezeichnung rührt daher, dass man bei einem Strom, welcher zwischen den Punkten A und B (Fig. 57) durch zwei Leitungen statt durch eine geführt wird, zwischen den Leitungen eine Verbindung mittelst des „Brückendrahtes" CD herstellt und durch Beobachtung des in letzterem fliessenden Stromes einen Schluss auf das Verhältniss der vier Widerstände AC, CB, AD und DB machen kann. Nennt man die Widerstände AC, CB, AD und DB der Reihe nach w_1, w_2, w_3 und w_4, so besteht im Falle, dass im Brückendraht CD gar kein Strom fliesst, die Beziehung

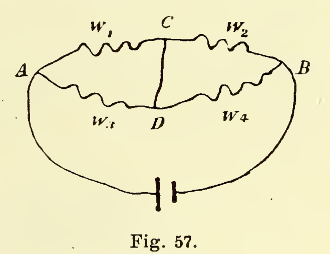


Fig. 57.

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}$$

Man erkennt leicht, dass es Punkte C und D geben muss, welche man miteinander verbinden kann, ohne dass in dem Verbindungsdraht ein Strom fliesst. Zwischen den Punkten A und B findet auf der Leitung ACB derselbe Abfall des Potentiales statt, wie auf der Leitung ADB, nämlich vom Werthe, den das Potential im Punkte A hat zu demjenigen im Punkte B, da keine elektromotorischen Kräfte in den Leitungen liegen, so geschieht die Abnahme des Potentiales auf beiden Leitungen stetig und immer in einem Sinne. Daraus folgt, dass es für jeden Werth des Potentiales, welcher zwischen dem Werth bei A und dem Werth bei B liegt, einen Punkt sowohl auf der Leitung ACB wie auf ADB giebt. Je zwei solche Punkte, welche das gleiche Potential besitzen, können verbun-

den werden, ohne dass in dem Verbindungsdraht ein Strom fliesst. Wenn die Drähte ACB und ADB vollständig gleichartig in ihrer Beschaffenheit wären, würden Punkte, welche je gleich weit von A entfernt, sind correspondirende Punkte sein, und man erkennt, dass in diesem Falle auch die obige Gleichung befriedigt ist; denn w_1 ist in diesem Falle gleich w_3, und w_2 gleich w_4, also

$$\frac{w_1}{w_3} = 1 \quad \frac{w_2}{w_4} = 1$$

und daher

$$\frac{w_1}{w_3} = \frac{w_2}{w_4} \text{ oder } \frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}$$

Die allgemeine Gültigkeit der letzteren Formel für den Fall, dass im Brückendraht kein Strom fliesst, wird durch Anwendung der Kirchhoff'schen Sätze folgendermaassen nachgewiesen.

Wir bezeichnen mit i die Intensität und mit w den Widerstand im Brückendraht CD, mit i_1, i_2, i_3, i_4 die Intensitäten, welche bezw. in den Zweigen w_1, w_2, w_3, w_4 vorhanden sind, und wenden den zweiten Kirchhoff'schen Satz auf die Stromkreise ACD und BCD, den ersten Kirchhoff'schen Satz auf die Verzweigungspunkte C und D an. Daraus ergeben sich die Gleichungen

$$1)\ i_1 w_1 + iw - i_3 w_3 = 0, \qquad 2)\ i_2 w_2 - i_4 w_4 - iw = 0,$$
$$3)\ i_1 - i - i_2 = 0, \qquad 4)\ i_3 + i - i_4 = 0$$

Ist i = 0 so verwandeln sich diese Gleichungen bezw. in

$$1^1)\ i_1 w_1 = i_3 w_3 \qquad 2^1)\ i_2 w_2 = i_4 w_4$$
$$3^1)\ i_1 = i_2 \qquad 4^1)\ i_3 = i_4$$

Indem man in 1^1) für i_1 den Werth i_2 aus 3^1) einsetzt, desgleichen in 2^1) für i_4 den Werth i_3 aus 4^1) und dann 1^1) durch 2^1) dividirt, so erhält man

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}$$

Die Messung von Widerständen vermittelst der Wheatstone'schen Brücke geschieht nun in der Weise, dass (Fig. 58 und Fig. 59.) der zu bestimmende Widerstand w für w_1 (Fig. 57) eingeführt, an die Stelle von w_2 ein Rheostat R gesetzt wird, und w_3 mit w_4 durch die beiden Stücke eines Messdrahtes (vgl. p. 192) dargestellt werden. In die Brücke d. h. den Zweig der Leitung, welcher von D, dem Schleifcontact auf dem Messdraht nach C führt, schaltet man das Galvanoskop G ein. Bei A und B befestigt man die Leitungen, welche zum Element führen und fügt zweckmässigerweise

noch an irgend einer Stelle dieser Leitungen einen Stromschlüssel S ein. Ehe man den Strom schliesst, dreht man das Galvanoskop, bis seine Nadel auf den Nullpunkt der Theilung weist, schaltet einen bestimmten Widerstand R im Rheostaten ein, und verschiebt, nachdem dann der Strom geschlossen ist, den Schleifcontact D auf dem Messdraht bis die Nadel des Galvanoskops wieder auf Null steht. Das Verhältniss zwischen den beiden Stücken a und b des Messdrahtes, welche links und rechts vom Schleifcontact liegen, giebt uns das Verhältniss zwischen dem zu bestimmenden und dem im Rheostaten R eingeschalteten Widerstand. Also ist $w = \frac{a}{b} R$

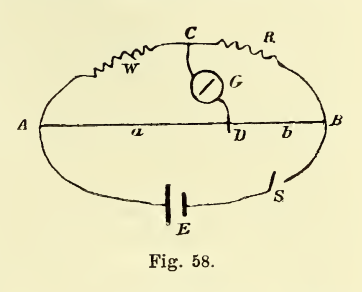


Fig. 58.

Jedoch ist nicht jede derartige Bestimmung gleich genau. Hat man zufällig zuerst einen Widerstand im Rheostaten benutzt, der von dem zu messenden Widerstand sehr verschieden ist, so müssen auch die beiden Stücke des Messdrahtes sehr verschiedene Länge

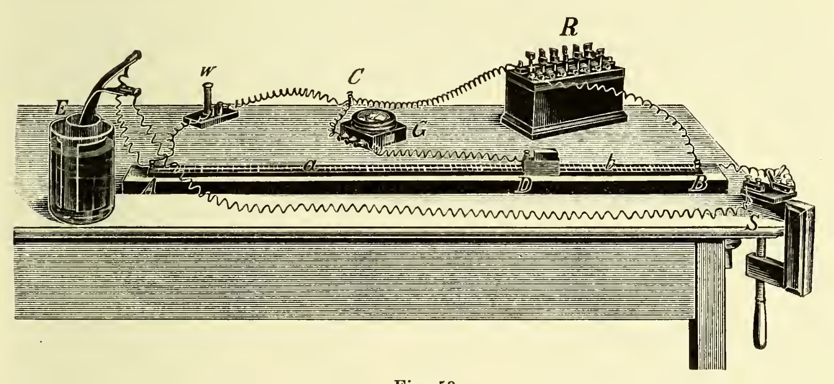


Fig. 59.

besitzen, und ein kleiner Fehler in der Einstellung kann in Bezug auf das kürzere Stück schon eine erhebliche, procentuale Abweichung vom richtigen Werth bewirken. Nach einigen Vorversuchen gelingt es jedoch stets, solche Widerstände in dem Rheostaten einzuschalten, welche ungefähr gleich gross sind wie der unbekannte Widerstand, so dass die Einstellungen des Schleifcontactes nicht allzuweit von der Mitte des Messdrahtes entfernt liegen. In der Regel genügen mehrere Widerstände des Rheostaten dieser Bedingung und es ist

vortheilhaft, sie dann auch alle nacheinander für die Bestimmung zu benutzen. Stimmen die durch solche Einzelbestimmungen erhaltenen Werthe für den gesuchten Widerstand nicht überein, so weist das auf Fehler im Messdraht oder im Rheostaten hin.

Eine weitere Prüfung des Messdrahtes wird in der Weise vorgenommen, dass man die Bestimmungen alle wiederholt, nachdem man in der Gesammt-Anordnung den zu bestimmenden Widerstand mit dem Rheostaten vertauscht hat. Sind nämlich nicht alle Stellen des Drahtes ganz gleich beschaffen, so werden die Fehler bei den beiderlei Arten von Bestimmungen in entgegengesetzter Richtung liegen, und wenn die Unterschiede in den Werthen nicht gross sind, ist das Gesammt-Mittel jedenfalls richtiger als die Mittel aus der Reihe von Beobachtungen einer Art, wenn die Abweichungen dagegen gross sind, muss der Draht auf seine Fehler hin besonders untersucht werden.

Bei einer anderen Art der Verwendung wird in der Wheatstone'schen Brücke kein Messdraht gebraucht, sondern man schaltet stattdessen zwei möglichst gleiche Widerstände w_3 und w_4 ein (Fig. 57 p. 217), die ausserdem auch wenigstens der Grössenordnung nach mit dem zu messenden Widerstand w_1 übereinstimmen. Bei diesem Verfahren müssten dann so lange die Widerstände im Rheostaten w_2 verändert werden, bis im Brückendraht kein Strom fliesst. Nun wird es sich allerdings nur in Ausnahmefällen so treffen, dass man genau den richtigen Widerstand im Rheostaten einschalten kann, da die gewöhnlichen Rheostaten nur ganze Widerstandseinheiten und eventuell noch die Zehntel von solchen enthalten. Man wird also bei einer stufenweise vorgenommenen Vermehrung des Widerstandes im Widerstandskasten zwar eine Abnahme des Galvanometernadel-Ausschlags (der zunächst immer nach einer Seite stattfindet), bis zu einer bestimmten Grenze beobachten, beim weiteren Zuschalten von einer Einheit oder eines Bruchtheils von einer Einheit wird der Ausschlag dann aber nicht gleich Null, sondern er erfolgt blos nach der entgegengesetzten Seite hin, und wächst wieder bei weiterer Vermehrung des Rheostaten-Widerstandes. Wenn man in der Brücke ein Spiegelgalvanometer benutzt und die kleinsten Ausschläge nach rechts und nach links sind nicht zu gross, so kann man den richtigen Werth des gesuchten Widerstandes in sehr einfacher Weise durch Interpolation (vgl. p. 28) berechnen. Ist nämlich der beobachtete Ausschlag, wenn a Widerstandseinheiten im Rheostaten eingeschaltet sind α Scalentheile

nach der einen Seite, der Ausschlag, wenn $a + 1$ Einheiten eingeschaltet sind β Scalentheile nach der anderen Seite, so ist der richtige Werth für den gesuchten Widerstand

$$a + \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \text{ Einheiten.}$$

Man kann diesen Ausdruck folgendermaassen ableiten. Die Ruhelage der Galvanometernadel liegt bei dem Scalentheile α auf der einen Seite wenn a Widerstandseinheiten im Rheostaten eingeschaltet sind, sie liegt bei dem Scalentheile β auf der anderen Seite, wenn eine Einheit mehr eingeschaltet wird, die Ruhelage wird demnach um $\alpha + \beta$ Scalentheile verschoben für eine ganze hinzugefügte Einheit. Bei kleinen Ausschlägen darf man annehmen, dass zwischen ihnen und den zugeschalteten Widerständen Proportionalität herrscht, es würde daher die Galvanometernadel vom Theilstrich α auf den Theilstrich Null (statt auf den Theilstrich β nach der anderen Seite) geführt werden, wenn man statt einer Einheit denjenigen Theil einer solchen hinzufügt, den α vom Betrage $\alpha + \beta$ ausmacht: also $\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$ Einheit.

Für den Fall, dass in dem Widerstandskasten auch Bruchtheile von Einheiten eingeschaltet werden können, etwa die Zehntel, und die Ruhelagen der Galvanometernadel bezw. liegen beim

Theilstr. α auf der einen Seite für $a + \frac{n}{10}$ Widerstand im Rheostaten,

und beim „ β „ „ anderen „ „ $a + \frac{n+1}{10}$ „ „ „

so ist der richtige Werth des gesuchten Widerstandes

$$a + \frac{n}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

wie man leicht durch eine, der obigen ganz ähnliche Ueberlegung erkennt.

Man kann die Genauigkeit der Messung noch dadurch erhöhen, dass man statt der Ausschläge α und β ihre doppelten Werthe beobachtet, indem man die beiden in Betracht kommenden Ablesungen bei dem Widerstand a und dem Widerstand $a + 1$ $\left(\text{bezw. } a + \frac{n}{10} \text{ und } a + \frac{n+1}{10}\right)$ nicht blos für eine Stromrichtung sondern auch für die entgegengesetzte vornimmt. Der Unterschied der Einstellungen des Galvanometers, wenn in jedem Fall der Strom umgekehrt wird, giebt 2α bezw. 2β, ohne dass die Ruhelage des

Galvanometers, wenn kein Strom durchfliesst, dabei beobachtet zu werden brauchte. Die Formeln zur Ausrechnung sind dieselben wie oben, man kann auch direct 2α an die Stelle von α, 2β an die Stelle von β setzen, da doch

$$\frac{2\alpha}{2\alpha + 2\beta} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \text{ ist.}$$

Zur Umkehrung der Stromesrichtung dient ein Commutator (vgl. p. 196), den man zwischen das Element und die Combination von Widerständen derart einschaltet (Fig. 60), dass die Pole des Elementes E mit den mittleren zwei symmetrischen Quecksilberbehältern in Verbindung stehen, während die Zuleitungen zu der Combination von Widerständen mit zwei von den anderen Quecksilberbehältern verknüpft sind.

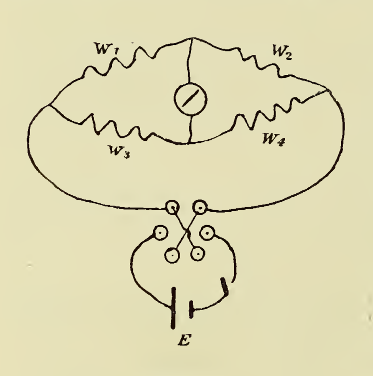


Fig. 60.

Falls die beiden Widerstände w_3 und w_4, die ausser dem zu messenden w_1 und dem Widerstand w_2 des Rheostaten für diese Art der Wheatstone'schen Anordnung Verwendung finden, nicht gleich sind, so wird man auf dem eben beschriebenen Weg nicht direct den wahren Werth des unbekannten Widerstandes erhalten, sondern einen Werth, welcher erst mit dem Verhältniss $\frac{w_3}{w_4}$ multiplicirt werden muss, um richtig zu werden, weil

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4$$

und

$$w_1 = w_2 \frac{w_3}{w_4}$$

ist. Der Quotient $\frac{w_3}{w_4}$ wird im Allgemeinen nicht genau bekannt sein. Es liegen hier überhaupt ganz ähnliche Verhältnisse vor, wie bei der Wägung auf einer ungleicharmigen Waage (vgl. p. 29), und man verfährt daher auch in ganz entsprechender Weise, d. h. man macht eine neue Messung, nachdem man w_3 mit w_4 vertauscht hat. Müsste man dabei den Widerstand w_2' in dem Rheostaten einschalten, um den Magneten in die Ruhelage zu bringen, dann wäre

$$w_1 : w_2' = w_4 : w_3$$

und

$$w_1 = w_2' \frac{w_4}{w_3}.$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit der oben erhaltenen

$$w_1 = w_2 \frac{w_3}{w_4},$$

so ergiebt sich

$$w_1 = \sqrt{w_2 w_2'},$$

d. h. der wahre Werth des gesuchten Widerstandes ist gleich dem geometrischen Mittel aus den Werthen, welche man bei den beiden Lagen der Widerstände w_3 und w_4 in der Wheatstone'schen Anordnung gefunden hat.

Stimmen die Werthe w_2 und w_2' des interpolirten Rheostatenwiderstandes nahezu überein, so ist das ein Zeichen dafür, dass w_3 und w_4 beinahe gleich sind, und man kann in diesem Falle auch für das geometrische Mittel aus w_2 und w_2' ihr arithmetisches Mittel setzen

$$w_1 = \frac{w_2 + w_2'}{2} \text{ (vgl. p. 33—34).}$$

Widerstandsmessung an Elektrolyten.

Bei den bisher behandelten Methoden zur Bestimmung von Widerständen haben wir stillschweigend vorausgesetzt, dass das untersuchte Material aus metallischen Leitern oder Leitern erster Classe bestand. Die Gleichungen, welche der Berechnung zu Grunde lagen, verlieren im Allgemeinen ihre Gültigkeit, wenn wir als Widerstände Elektrolyte oder Leiter zweiter Classe voraussetzen, d. h. meist flüssige Substanzen, die beim Durchleiten von Strömen polar zersetzt werden. Mit seltenen Ausnahmen tritt nämlich in Folge der Elektrolyse eine elektromotorische Gegenkraft, die Polarisation, auf, und in unseren früheren Gleichungen wurde stets angenommen, dass in den betreffenden Stromzweigen zwar Widerstände, aber keine elektromotorischen Kräfte enthalten seien.

Aus denselben Gründen sind die obigen Methoden auch nicht ohne Weiteres auf die Bestimmung des Widerstandes von galvanischen Elementen anwendbar, denn da haben wir es schon von vornherein mit elektromotorischen Kräften zu thun.

Indessen ist es möglich, die meisten früher beschriebenen Methoden derart zu modificiren, dass sie auch für die Messung des

Widerstandes von Elektrolyten und galvanischen Elementen brauchbar werden.

Wir wenden uns zunächst zu den Methoden zur Bestimmung des Widerstandes von Elektrolyten.

Substitutionsmethode.

Man leitet einen Strom durch einen Rheostaten, das Galvanometer und den Elektrolyten. Letzteren bringt man dabei in ein cylindrisches Glasrohr, in welchem die beiden ebenen Platinelektroden möglichst genau die Gestalt des Querschnittes besitzen. Die eine von beiden Elektroden muss sich leicht in der Röhre hin- und herschieben lassen. Man wählt anfangs einen grösseren Abstand der Elektroden und beobachtet den Ausschlag des Galvanometers, nähert dann die Elektroden durch Verschieben der einen um ein gemessenes Stück und schaltet soviel Widerstand in den Rheostaten ein, dass der Ausschlag am Galvanometer wieder derselbe ist wie früher. Die Polarisation ist in beiden Fällen die gleiche. Der zugeschaltete Widerstand im Rheostaten ist gleich dem Widerstand des bei der Verschiebung der Elektrode ausgeschalteten Theiles des Elektrolyten. Das ausgeschaltete Stück hat die Form eines Cylinders, dessen Querschnitt mit dem der Röhre übereinstimmt, dessen Länge gleich der Verschiebung der einen Elektrode ist. Man braucht also blos noch den Querschnitt der Röhre zu bestimmen, entweder durch directe Messung des inneren Durchmessers oder durch Auswägen der Menge von Wasser, welche die Röhre bis zu einen gemessenen Theil der Länge füllt, um nach dem Ohm'schen Gesetz den specifischen Widerstand des Elektrolyten (d. h. den Widerstand in Ohm eines Cylinders von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt) bestimmen zu können.

Wheatstone'sche Brücke.

Die am häufigsten auch bei der Messung von Elektrolyten-Widerständen benutzte Methode ist diejenige der Wheatstone'schen Brücke (vgl. p. 217). Damit keine Polarisation in dem Elektrolyten entsteht, verwendet man statt des constanten Stromes den von der secundären Spirale eines Inductoriums J gelieferten Wechselstrom. Durch den in einem Sinne fliessenden Theil des Wechselstroms wird hierbei gerade die Polarisation aufgehoben, welche durch den im entgegengesetzten Sinne fliessenden Theil hervorgerufen würde.

Um die Stromlosigkeit des Brückendrahtes zu prüfen, kann nun nicht mehr das Galvanometer angewandt werden, denn Wechselströme werden durch dasselbe ebensowenig angezeigt wie Polarisation hervorgerufen wird. An die Stelle des Galvanometers schaltet man daher ein Telephon T ein und erkennt aus der Stärke des darin hörbaren Geräusches, ob noch Wechselströme in der Brücke fliessen. Die Anordnung ist also die in der schematischen Fig. 61 oder in Fig. 62 dargestellte. Der unbekannte Widerstand, der Rheostat und die beiden Abschnitte des Messdrahtes werden wie früher (p. 219) bezw. mit w, R, a und b bezeichnet. Wenn die Widerstände in den vier Zweigen der Wheatstone'schen Brückencombination so abgeglichen sind, dass

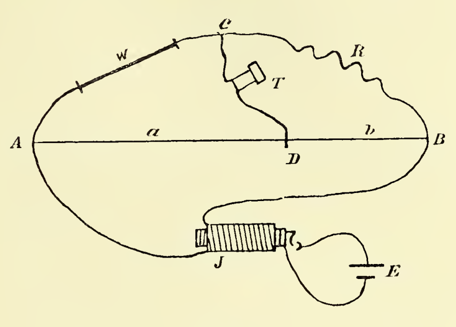


Fig. 61.

$$\frac{w}{R} = \frac{a}{b}$$

ist, dann hört man ein Minimum der Tonstärke. Daraus ergiebt sich $w = R\,\frac{a}{b}\cdot$ Man sollte eigentlich ein vollständiges Verstummen

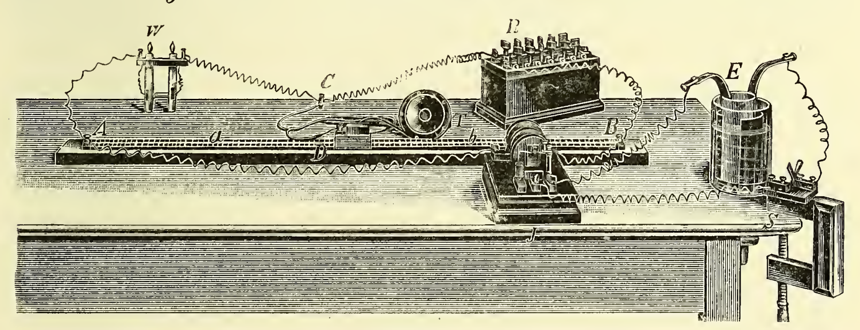


Fig. 62.

des Geräusches erwarten, doch können sowohl Reste von Polarisation, wie Extraströme (Selbstinduction) und elektrostatische Ladungen das verhindern.

Als Inductorium eignet sich sehr wohl einer der kleinen Apparate, welche zu medicinischen Zwecken angewandt werden oder

auch das p. 185—6 beschriebene und abgebildete Instrument. Man muss dafür sorgen, dass man nicht durch sein direct gehörtes Geräusch gestört wird, stellt es daher vor's Fenster, in ein anderes Zimmer oder doch in hinreichende Entfernung und führt blos die Leitungen von der secundären Spirale zu der übrigen Anordnung. Die Elektroden sollen nicht weniger als 10—20 qcm Oberfläche besitzen, und das dazu verwandte Platinblech soll gut „platinirt", d. h. mit einer Schicht von Platinschwarz überzogen sein. Letzteres geschieht auf galvanischem Wege, indem man einen Strom zwischen den Elektroden durch eine verdünnte, mit etwas Salzsäure versetzte Lösung von Platinchlorid schickt und zwar so, dass beide nacheinander einige Zeit lang als negative Elektrode dienen.

Um den specifischen Widerstand eines flüssigen Elektrolyten zu bestimmen, muss man entweder, wie bei der Substitutionsmethode, ein solches Gefäss zur Aufnahme der Flüssigkeit benutzen, dessen geometrische Dimensionen sich leicht bestimmen lassen, also beispielsweise eine cylindrische Glasröhre, in der die Elektroden zwei einander parallele Querschnitte ausfüllen, oder man vergleicht den Widerstand der zu untersuchenden mit demjenigen einer Flüssigkeit, deren specifischer Widerstand bekannt ist, wobei beide nacheinander zu genau derselben Höhe in dasselbe Gefäss von sonst beliebiger Form eingefüllt werden. Die specifischen Widerstände der beiden Flüssigkeiten verhalten sich in letzterem Falle gerade wie die gefundenen Widerstände. Die Form des benutzten Gefässes kann z. B. die in nebenstehender Figur (Fig. 63, vgl. auch *w* in Fig. 62 p. 225) gezeichnete sein. Die in die Glaswandung eingeschmolzenen Zuleitungsdrähte *a* und *b* tragen die als Elektroden dienenden Platinplatten *A* und *B*. Das ganze Gefäss wird zweckmässigerweise in ein Wasserbad von bestimmter Temperatur gesetzt, doch muss man vorsichtig sein, dass dieses selbst nicht durch Verunreinigungen leitend wird, falls die Enden von *a* und *b* mit dem Wasser in Berührung kommen.

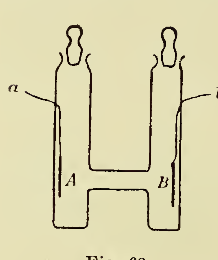


Fig. 63.

Temperaturcoefficient. Ein derartiges Gefäss kann auch mit Vortheil zur Bestimmung des Temperaturcoefficienten des Widerstandes eines Elektrolyten verwandt werden, indem man den Widerstand des in das Gefäss gebrachten Elektrolyten bei verschiedenen Temperaturen misst. Damit die Temperaturen jedesmal constant

sind, muss das Gefäss einige Zeit unter Umrühren der Flüssigkeiten in dem betreffenden Bade gestanden haben.

Während bei den metallischen Leitern der Widerstand innerhalb ziemlich weiter Temperaturgrenzen constant ist, so dass gleichen Unterschieden der Temperatur auch gleiche Unterschiede des Widerstandes entsprechen, ist das bei den Elektrolyten schon für kleinere Temperaturintervalle nicht mehr der Fall. An die Stelle der für metallische Leiter gültigen Formel

$$w_{t'} = w_t\,(1 + \alpha\,(t' - t)),$$

worin $w_{t'}$ und w_t bezw. die Widerstände bei den Temperaturen t' und t sind, während α den Temperaturcoefficienten bezeichnet, tritt bei den Elektrolyten eine Formel

$$w_{t'} = w_t\,[1 - \alpha\,(t' - t) + \beta\,(t' - t)^2],$$

in der nicht nur die erste, sondern auch die zweite Potenz der Temperaturdifferenz $(t' - t)$ und ein zweiter Temperaturcoefficient β eingehen.

Mit Rücksicht auf das complicirtere Gesetz, in dem 2 Constanten α und β statt einer vorkommen, genügen auch nicht mehr die Beobachtungen bei zwei Temperaturen, sondern es sind solche bei drei Temperaturen anzustellen, um die Constanten der Formel zu finden.

Die Rechnung wird dadurch vereinfacht, dass man von den drei Temperaturen die unterste ebenso tief unter der mittleren wählt als die andere darüber liegt, also beispielsweise Beobachtungen bei 0^0, 20^0 und 40^0 vornimmt.

Widerstand des menschlichen Körpers.

Auch der menschliche Körper leitet als System von Elektrolyten, und nur diejenigen Methoden zur Widerstandsbestimmung finden berechtigter Weise bei ihm Anwendung, welche speciell für Elektrolyte geeignet sind. So selbstverständlich diese Behauptung vom physikalischen Standpunkte aus klingen mag, so muss sie doch hier leider noch mit Nachdruck betont werden, weil selbst von Seiten anerkannter Aerzte Versehen in dieser Hinsicht vorgekommen sind und bis in die neueste Zeit noch vorkommen.

Wendet man eine bestimmte elektromotorische Kraft zur Erzeugung eines durch den Körper geschickten, constanten Stromes an, so wird dessen Stärke abhängig sein von der elektromotorischen

Kraft, von dem Widerstand des Körpers und von der Grösse der Polarisation. Obwohl nicht nur der Widerstand, sondern auch die Polarisation von Einfluss sind, ist es doch durchaus nicht berechtigt, diese beiden Begriffe in einen einzigen zu verschmelzen und als Widerstand des Körpers gegen den constanten Strom zu bezeichnen. Der richtige Widerstand des Körpers ist vielmehr der, welcher, wie bei anderen Elektrolyten, durch Anwendung von Wechselströmen bestimmt wird.

Wenn man einen Vergleich der Widerstände zwischen verschiedenen Punkten des Körpers vornimmt, so stellt sich ein eigenthümliches Verhalten in Folge davon heraus, dass ein ausserordentlich grosser Betrag des Widerstandes in der Haut liegt. Dadurch erklärt sich, warum der Widerstand zwischen zwei entfernteren Punkten verhältnissmässig gar nicht so viel grösser erscheint, wie der zweier näher aneinander liegender Stellen. Dadurch erklären sich ferner die auffallend grossen Unterschiede, welche der Widerstand durch eine Befeuchtung und Durchtränkung der Haut erfährt, Unterschiede, welche man auch dann besonders gut demonstriren kann, wenn man den Strom einige Zeit wirken und selbst die Durchfeuchtung der inneren Hautpartien mit besorgen lässt.

Messung des Widerstandes von Galvanometern.

Ausser den gewöhnlichen Methoden zurBestimmung metallischer Widerstände wendet man, um den Widerstand von Galvanometern zu messen, noch einige besondere Verfahren an, welche den Vortheil haben, dass nicht noch ein zweites Galvanometer nöthig ist.

Eines von diesen ist das Thomson'sche Verfahren, dem wieder die Wheatstone'sche Brücke zu Grunde liegt.

Das Galvanometer (oder Galvanoskop) G (Fig. 64) wird an die Stelle in der Drahtcombination gebracht, an welche auch sonst die zu bestimmenden Widerstände gelegt werden, in die Brücke kommt nichts als ein Unterbrecher, etwa ein du Bois'scher Schlüssel S. Der Rheostat R und der Messdraht AB werden genau so angeordnet wie früher (vgl. p. 219). Wird dann die Brücke geschlossen, so fliesst durch das Galvanometer ein Strom, und der Magnet wird um einen Betrag abgelenkt, den man beobachtet. Wenn die Wider-

stände durch Verstellen des Schleifcontactes so abgeglichen werden, dass die Gleichung

$$\frac{G}{R} = \frac{a}{b}$$

erfüllt ist, so fliesst in der Brücke kein Strom. Das erkennt man aber in diesem Falle daran, dass sich der Ausschlag des Galvanometers nicht ändert, wenn der Schlüssel in der Brücke geöffnet wird; denn dass eine Leitung unterbrochen wird in der kein Strom fliesst, kann auf die Stärke der Ströme in den übrigen Zweigen keinen Einfluss ausüben, während die Oeffnung der Brücke einen Unterschied des Ausschlages bewirken müsste, wenn in der Brücke ein Strom flösse.

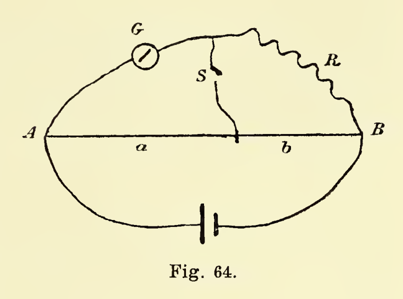


Fig. 64.

Der Widerstand des Galvanometers ist nach obiger Gleichung

$$G = R\,\frac{a}{b},$$

worin R den Widerstand des Rheostaten, a und b wie früher die Abschnitte des Messdrahtes bezeichnen.

Messung des Widerstandes eines Elementes.

Auch die Messung des Widerstandes eines galvanischen Elementes kann in der Wheatstone'schen Brücke mittelst Wechselströmen und Telephon vorgenommen werden (vgl. p. 224). Man bringt das Element ebenso in einem der Zweige der Drahtcombination an, wie einen beliebigen anderen Widerstand. Allerdings wird, wegen der electromotorischen Kraft, welche sich in diesem Zweige befindet, auch dann ein Strom durch den Brückendraht fliessen, wenn die vier Widerstände in der Drahtcombination der Bedingung genügen

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}.$$

Jedoch kann dieser constante Strom kein anhaltendes Geräusch im Telephon hervorbringen. Ein solches kann nur durch den

Einfluss der Stromschwankungen in der secundären Spirale des Inductoriums entstehen. Wir dürfen nun, um die Wirkung der beiden Stromquellen, des Elementes und des Inductoriums in allen Stromzweigen zu bestimmen, einfach die Wirkungen summiren, welche das Element und das Inductorium einzeln, entsprechend ihrer Stellung und der Vertheilung der Widerstände in der Drahtcombination haben würden. Oder wir können auch, was auf dasselbe herauskommt, um den Verlauf der Wechselströme kennen zu lernen, von der electromotorischen Kraft des Elementes ganz absehen; d. h. es werden in dem Brückendraht keine Wechselströme verlaufen und im Telephon kein Ton hörbar sein, wenn

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}.$$

Die Bestimmung des Widerstandes eines Elementes wird also genau so vorgenommen wie diejenige eines Elektrolyten. Man erhält aber ebenso wie bei dem Elektrolyten kein absolutes Verstummen des Tones im Telephon, sondern hört nur ein Minimum.

Bei frisch zusammengesetzten Elementen, in denen die Flüssigkeiten durch Thonzellen getrennt sind, nimmt der Widerstand sehr schnell ab, während die Flüssigkeiten in die Thonzelle eindringen. Daniellelemente können beispielsweise anfangs den doppelten Widerstand haben, wie im Laufe der Messung.

Allgemein muss bei der Messung von Widerständen die Möglichkeit berücksichtigt werden, dass die benutzten Ströme die Widerstände, sowohl die zu bestimmenden, wie die Vergleichs-Widerstände erwärmen und dadurch deren Werth ändern. Man muss daher die Ströme unter keinen Umständen lange geschlossen lassen, und wo es auf grosse Genauigkeit ankommt, ganz kurze Stromstösse benutzen. Dabei können jedoch wieder Täuschungen von anderer Art vorkommen. Bei dem Verlauf von Stromstössen in Drahtcombinationen entstehen nämlich durch Induction Extraströme, die unter Umständen einen Ausschlag der Galvanometernadel auch in solchen Fällen bewirken, wo die Widerstände schon ganz richtig ausgeglichen sind und bei der Wirkung dauernder Ströme kein Strom durch das Galvanometer fliessen würde. Man kann aber doch kurze Ströme anwenden ohne diesen Fehler zu begehen, wenn man durch eine geeignete Vorrichtung dafür sorgt,

dass der Stromzweig in welchem das Galvanometer liegt, an einer Stelle unterbrochen und ein wenig später geschlossen wird, als der Strom in der übrigen Drahtcombination.

Messung electromotorischer Kräfte.

Mit dem Torsionsgalvanometer.

Als ein Instrument, welches direct für elektromotorische Kräfte geaicht ist, haben wir schon (vgl. p. 208) das Torsionsgalvanometer erwähnt und sowohl dessen Beschreibung gegeben, wie auch der Bedingungen gedacht, unter denen es richtige Werthe liefert.

Man kann auch die geaichten Galvanometer, welche zu medicinischen Zwecken dienen, als Spannungsmesser benutzen, indem man ihren Widerstand misst und dazu soviel vorschaltet, dass der Gesammtwiderstand 100 Ohm beträgt. Wenn dann der Widerstand der zu untersuchenden Batterie gegen 100 Ohm zu vernachlässigen ist, wird der Ausschlag, welcher 1 *M.-A* angiebt, zugleich die elektromotorische Kraft von $\frac{1}{10}$ Volt anzeigen, denn für einen Stromkreis, in welchem die Stromstärke $\frac{1}{1000}$ Ampère, der Widerstand 100 Ohm ist, ergiebt sich die elektromotorische Kraft $\frac{1}{10}$ Volt.

Ein Galvanometer, das bis 50 *M.-A* reicht, würde bei dieser Art der Einrichtung elektromotorische Kräfte bis 5 Volt zu messen gestatten. Will man das Instrument noch für grössere Spannungen verwendbar machen, so braucht man nur ebenso zu verfahren wie bei dem Torsionsgalvanometer, d. h. durch Vorschalten den Gesammtwiderstand auf 1000 Ohm zu bringen. Dann zeigt der Ausschlag für 1 *M.-A* zugleich 1 Volt an, und das Instrument reicht zur Messung von Spannungen bis 50 Volt aus.

Durch Vermehrung des Gesammtwiderstandes auf 10,000 Ohm kann man das Galvanometer schliesslich zur Bestimmung von elektromotorischen Kräften bis 500 Volt benutzen.

Vergleich elektromotorischer Kräfte mit dem Galvanometer.

Wo es sich nicht um die Bestimmung von elektromotorischen Kräften direct in Volt, sondern blos um einen Vergleich verschiedener Spannungen handelt, kann man die sämmtlichen Apparate, die zum Vergleiche von Stromintensitäten geeignet sind, fast ohne Weiteres anwenden. Es ist nämlich nur nothwendig, soviel Wider-

stand vorzuschalten, dass der innere Widerstand der zu vergleichenden Elemente oder Batterien gegen den übrigen vernachlässigt werden darf. Das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte ist dann gleich dem Verhältniss der entsprechenden Stromstärken.

Besitzt man ein Normalelement (vgl. p. 184), dessen elektromotorische Kraft in Volt genau bekannt ist, so lässt sich mittelst eines solchen Vergleiches auch jede andere elektromotorische Kraft in derselben Einheit bestimmen.

Compensation nach du Bois-Reymond.

Eine ganz andere Bestimmungsart wie die vorhergehenden ist diejenige nach dem Compensationsverfahren von du Bois-Reymond. Ihre grossen Vortheile jenen gegenüber sind erstens, dass die elektromotorische Kraft gemessen wird ohne dass Strom durch die Kette fliesst und zweitens, dass der innere Widerstand des Elementes oder der Batterie überhaupt gar nicht in Betracht kommt. Der erste Punkt ist namentlich bei denjenigen Elementen (z. B. dem Leclanché) von Wichtigkeit, deren elektromotorische Kraft sofort beim Schliessen des Stromes in Folge von Polarisation im Inneren der Kette abnimmt, und zwar bei grosser Stromstärke noch mehr wie bei kleiner.

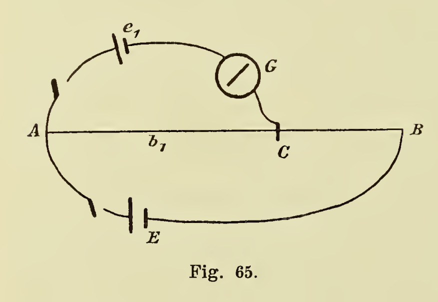


Fig. 65.

Die Anordnung zum Vergleiche elektromotorischer Kraft nach der Methode von du Bois-Reymond ist folgende (Fig. 65). Man verbindet die Enden *AB* eines Messdrahtes mit den Polen einer Hülfs-Batterie, deren elektromotorische Kraft *E* grösser als die höchste der zu vergleichenden ist. Von dem Ende *A* des Messdrahtes, wo der Nullpunkt der Theilung liegt, führt man eine Zweigleitung zu e_1, dem einen von den Elementen, um deren Vergleich es sich handelt, dann durch ein Galvanoskop *G* und von da zu dem Schleifcontact *C* auf dem Messdraht. Die Pole des Elementes in der Zweigleitung müssen so liegen, dass dessen Wirkung (in der Zweigleitung) derjenigen der Hülfsbatterie gerade entgegengesetzt ist. Man bestimmt nun die Lage des Schleifcontactes *C*, bei welcher, weil sich die besagten beiden Wirkungen aufheben, in der Zweig-

leitung kein Strom fliesst. Wiederholt man die Operation, nachdem man das zweite Element e_2 an die Stelle des ersten e_1 gebracht hat, so verhalten sich die elektromotorischen Kräfte e_1 und e_2 direct wie die Längen b_1 und b_2 des Messdrahtes, welche bezw. bei den beiden Versuchen zwischen dem Schleifcontact C und dem Nullpunkt A der Theilung liegen.

Da nämlich in beiden Fällen kein Strom in der Zweigleitung verläuft, so ist die Stromstärke in der Hauptleitung beidemale genau dieselbe. Sie möge I heissen. Wendet man dann die zweite Kirchhoff'sche Regel $\Sigma iw = \Sigma e$ auf den in sich geschlossenen Theil der Leitung an, welcher aus der Zweigleitung $A e_1 G C$ und dem zwischen deren Enden A und C befindlichen Theil des Messdrahtes besteht so erhält, man bezw.

$$I w_1 = e_1$$
$$I w_2 = e_2$$

worin w_1 und w_2 die Widerstände der betreffenden Messdrahtstücke sind; denn in Σiw ist nur das Glied von Null verschieden, welches sich auf den Messdraht bezieht, da in dem übrigen Theil des betrachteten Leitungskreises die Stromintensität gleich Null ist.

Aus den beiden Gleichungen folgt:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

Die Widerstände w_1 und w_2 von Stücken des Messdrahtes verhalten sich aber, wenn der Draht fehlerfrei ist, wie die entsprechenden Längen, also

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Von weiteren Methoden zur Bestimmung elektromotorischer Kräfte muss noch diejenige erwähnt werden, bei welcher man die Elektrometer benutzt. Da aber für ärztliche Zwecke geringe Anwendungen gemacht worden sind, so mag es genügen, hier blos darauf hinzuweisen. Genaueres über die Elektrometer findet man in den ausführlichen Leitfäden für physikalische Messungen.

Unter den Elektrometern giebt es einige, die sich im Princip gar nicht und in der Ausführung nur in untergeordneten Einzelheiten von den übrigen unterscheiden, welche aber besonders zur Messung der hohen Spannungen dienen sollen, wie sie beispielsweise die Elektrisirmaschinen liefern. Ein solches Instrument ist unter anderen das von Righi modificirte Quadrantelektrometer (vgl. Kohlrausch, Leitfaden der prakt. Physik. 7. Aufl. p. 352).

Auch liegen jetzt Beobachtungen vor über die Spannungsdifferenzen, welche zwischen Kugeln von bestimmtem Durchmesser bei gegebener Entfernung Funkenentladung liefern und man kann auf diese Beobachtungen hin die Funkenmikrometer zur Bestimmung sehr hoher Spannungen benutzen. Ein Funkenmikrometer besteht aus zwei metallischen Kugeln, welche beide auf isolirten Stützen befestigt sind. Die Kugeln lassen sich sammt den Stützen auf einem Gestell hin- und herschieben und die Grösse ihres dadurch veränderlichen Abstandes, kann an einer an dem Gestell befindlichen Theilung abgelesen werden. Handelt es sich nun darum, eine bestimmte Potentialdifferenz herzustellen, beispielsweise zwischen dem Körper eines Patienten, mit welchem der eine Conductor in Verbindung steht und dem anderen Conductor, von wo Entladungen nach dem Patienten hin stattfinden sollen; so verbindet man die beiden Conductoren je mit einer Kugel des Funkenmikrometers und stellt zwischen den letzteren den Abstand her, welcher der besagten Potentialdifferenz entspricht.

Alphabetisches Verzeichniss.

(Die Zahlen beziehen sich auf die Seiten.)

Druck von August Pries in Leipzig.



